Activités numériques : 12 points

Exercice 1 :

$Q = \dfrac{2 \times \frac{3}{7}}{\frac{5}{3} - 1}$

$Q = \dfrac{6}{7} \div \dfrac{2}{3}$

$Q = \dfrac{6}{7} \times \dfrac{3}{2}$

$Q = \dfrac{2 \times 3 \times 3}{7 \times 2}$

$\boxed{Q = \dfrac{9}{7}}$

$S = \dfrac{2 \times 10^{-5} \times 1{,}2 \times 10^2}{3 \times 10^{-7}}$

$S = \dfrac{2 \times 1{,}2}{3} \times \dfrac{10^{-5} \times 10^2}{10^{-7}}$

$S = 0{,}8 \times 10^{-5+2-(-7)}$

$S = 0{,}8 \times 10^4$

$\boxed{S = 8 \times 10^3}$

Exercice 2 :

1. $R = \sqrt{63} + 3\sqrt{28} - \sqrt{700}$
$R = \sqrt{9 \times 7} + 3\sqrt{4 \times 7} - \sqrt{100 \times 7}$
$R = 3\sqrt{7} + 6\sqrt{7} - 10\sqrt{7}$
$\boxed{R = -\sqrt{7}}$

2. $U = (2-\sqrt{3})\times(2+\sqrt{3})$

$U = 2^2 - (\sqrt{3})^2$
$U = 4 - 3$
$\boxed{U = 1}$

3. $\boxed{5 - 4\sqrt{2} \approx -0{,}657}$ et $\boxed{\dfrac{1}{\sqrt{5}-2} \approx 4{,}236}$.

Exercice 3 :

1. $4x(x + 3) = 0.$
Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.
Donc $4x = 0$ ou $x + 3 = 0$
$x = 0$ ou $x = -3$
Conclusion : les solutions de cette équation sont - 3 et 0.

2. a. $x = -2$: $F = (-2)^2 + 6 \times (-2) + 9$ $F = 4 - 12 + 9$ $\boxed{F = 1}$

b. $(x + 3)^2 = x^2 + 2 \times 3x + 3^2$
$= x^2 + 6x + 9$
$= F.$

3. a. E = $4x^2 + 12x$

b. $E - F = 4x^2 + 12x - (x^2 + 6x + 9).$
$E - F = 4x^2 + 12x - x^2 - 6x - 9$
$E - F = 3x^2 + 6x - 9$

c. $E + F = 4x(x + 3) + (x + 3)^2$
$E + F = 4x(x + 3) + (x + 3) \times (x + 3)$
$E + F = (x + 3)(4x + x + 3)$
$E + F = (x + 3)(5x + 3)$

Activités géométriques : 12 points

Exercice 1 :

1. Dans le triangle SAB rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$SA^2 = BA^2 + BS^2$
$SA^2 = 2{,}5^2 + 6^2$
$SA^2 = 6{,}25 + 36$
$SA^2 = 42{,}25$
$SA = \sqrt{42{,}25}$
$\boxed{SA = 6{,}5 \text{ m}}$

2. $SM = SA - MA$ $\quad$ $SN = SB - NB$
$\boxed{SM = 4{,}55 \text{ m}}$ $\quad$ $\boxed{SN = 4{,}2 \text{ m}}$

3. Les droites (SA) et (SB) sont sécantes en S.
$M \in (SA)$ et $N \in (SB)$.
Les points S, A et M sont alignés dans le même ordre que les points S, B et N.
$\frac{SM}{SA} = \frac{4{,}55}{6{,}5} = 0{,}7$ $\qquad$ $\frac{SN}{SB} = \frac{4{,}2}{6} = 0{,}7$

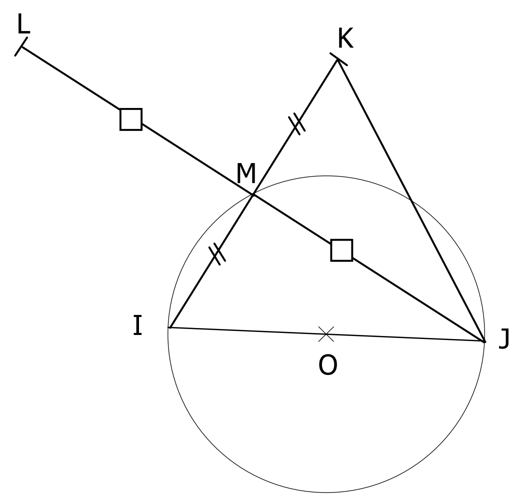
Donc $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB}$.
Alors, d'après la réciproque du théorème de Thalès, on peut affirmer que les droites (MN) et (AB) sont parallèles.
(MN) est donc bien parallèle au sol.

Exercice 2 :

1. Si M appartient au cercle de diamètre [IJ] alors le triangle IMJ est rectangle en M donc $\widehat{IMJ} = 90°$.

2. $\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{IM}$ donc M est le milieu [IK].

3 et 4. $\overrightarrow{JL} = \overrightarrow{JI} + \overrightarrow{JK}$ donc L est le 4ème sommet du parallélogramme IJKL



Exercice 3 :

$[Ax)$ est tangente au cercle en T. On a donc $\widehat{OTA} = 90°$

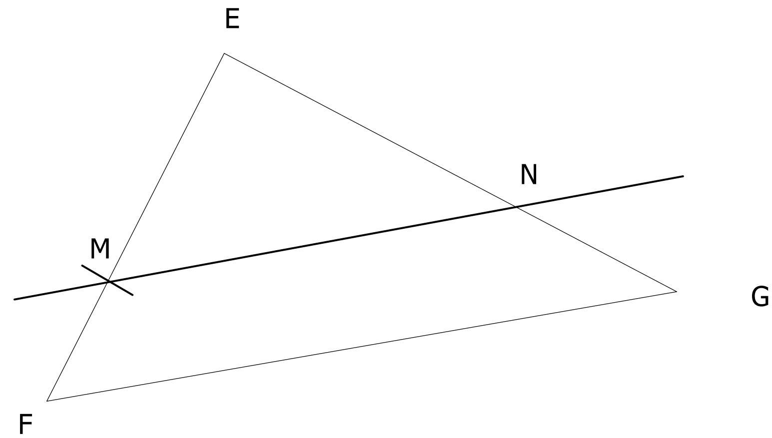
1. Dans le triangle OAT rectangle en T on a $\tan \widehat{OAT} = \frac{OT}{AT}$ $\qquad$ $OT = AT \times \tan \widehat{OAT}$ $\qquad$ $\boxed{OT \approx 5 \text{ cm}}$

2. Dans le triangle OBT rectangle en T on a $\tan \widehat{OBT} = \frac{OT}{BT}$ $\qquad$ $BT = \frac{OT}{\tan \widehat{OBT}}$ $\qquad$ $\boxed{BT \approx 8{,}6 \text{ cm}}$

$AB = AT - BT$
$AB \approx 9 - 8{,}6$
$\boxed{AB \approx 0{,}4 \text{ cm}}$

Problème : 12 points

Partie A



1. b. $EM = \frac{2}{3} \times 5,4$ $\boxed{EM = 3,6 \text{ cm}}$

EF = 5,4 cm ; EG = 7,2 cm ; FG = 9 cm.

c. Les droites (EF) et (EG) sont sécantes en E.
M $\in$ (EF) et N $\in$ (EG).
De plus, les droites (MN) et (FG) sont parallèles.
Alors, d'après le théorème de Thalès, on a $\frac{EM}{EF} = \frac{EN}{EG} = \frac{MN}{FG}$

$\frac{EM}{EF} = \frac{EN}{EG}$ $\frac{2}{3} = \frac{EN}{7,2}$ $3 \times EN = 2 \times 7,2$ $EN = \frac{2 \times 7,2}{3}$ $\boxed{EN = 4,8 \text{ cm}}$

2. a. $FG^2 = 9^2$ $EF^2 + EG^2 = 5,4^2 + 7,2^2$
$FG^2 = 81$ $EF^2 + EG^2 = 29,16 + 51,84$
$EF^2 + EG^2 = 81$
Donc $FG^2 = EF^2 + EG^2$
Alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EFG est rectangle en E.

b. Aire du triangle EMN $= \frac{EM \times EN}{2}$
$= \frac{3,6 \times 4,8}{2}$
$= 8,64 \text{ cm}^2$

Partie B

Dans cette partie le point M n'est plus fixe mais **mobile** sur le segment [EF].
On pose EM = x et ce nombre x représente alors une **longueur variable**.
(Il n'est pas demandé de nouvelle figure).

1. a. $0 < x < 5,4$

b. D'après la partie A, on a $\frac{EM}{EF} = \frac{EN}{EG}$

$\frac{x}{5,4} = \frac{EN}{7,2}$ $5,4 \times EN = x \times 7,2$ $EN = \frac{x \times 7,2}{5,4}$ $\boxed{EN = \frac{4}{3}x}$

c. $A(x) = \dfrac{EM \times EN}{2}$

$A(x) = \dfrac{1}{2} \times x \;\; \times \dfrac{4}{3} \times x$

$\boxed{A\,(x) = \dfrac{2}{3}x^2}$.

2. Après avoir effectué les tracés nécessaires sur le graphique :

a. Lorsque x = 3,5 cm Aire du triangle EMN ≈ 8 cm²

b. Si l'aire du triangle EMN est égale à 12 cm² on a x ≈ 4,2 cm.