Activités numériques : 12 points

Exercice 1 :

$A = \frac{2}{7} + \frac{8}{21}$

$A = \frac{6}{21} + \frac{8}{21}$

$A = \frac{14}{21}$

$\boxed{A = \frac{2}{3}}$

$B = (\sqrt{3} - 7)^2$

$B = \sqrt{3}^{\,2} - 2 \times \sqrt{3} \times 7 + 7^2$

$B = 3 - 14\sqrt{3} + 49$

$\boxed{B = 52 - 14\sqrt{3}}$

$C = \sqrt{25 \times 2} + 2\sqrt{9 \times 2}$

$C = \sqrt{25} \times \sqrt{2} + 2\sqrt{9} \times \sqrt{2}$

$C = 5\sqrt{2} + 2 \times 3 \times \sqrt{2}$

$\boxed{C = 11\sqrt{2}}$

Exercice 2 :

1. $A = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(x - 2)$

$A = (4x^2 - 12x + 9) - (2x^2 - 4x - 3x + 6)$

$A = 4x^2 - 12x + 9 - 2x^2 + 4x + 3x - 6$

$\mathbf{A = 2x^2 - 5x + 3}$

2. $A = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(x - 2)$

$A = (2x - 3)[(2x - 3) - (x - 2)]$

$A = (2x - 3)(2x - 3 - x + 2)$

$\mathbf{A = (2x - 3)(x - 1)}$

3. On choisit l'expression factorisée de A.

On a doit donc résoudre $(2x - 3)(x - 1) = 0$

Un produit de facteurs est nul si (et seulement si) l'un au moins de ses facteurs est nul.

$2x - 3 = 0$ ou $x - 1 = 0$

$x = \frac{3}{2}$ ou $x = 1$

__Conclusion__ : les solutions de l'équation A = 0 sont $\frac{3}{2}$ et 1.

4. $A = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(x - 2)$

$A = (2 \times (-2) - 3)^2 - (2 \times (-2) - 3) \times (-2 - 2)$

$A = (-7)^2 - (-7) \times (-4)$

$A = 49 - 28$

A = 21

Exercice 2 :

1. Les nombres 682 et 496 sont divisibles par 2 donc ils ne sont pas premiers entre eux.

2. Pour calculer le Plus Grand Commun Diviseur (PGCD) de 682 et 496, on utilise par exemple l'algorithme d'Euclide :

$$\begin{array}{r|l} 682 & 496 \\ \hline 186 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 496 & 186 \\ \hline 124 & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 186 & 124 \\ \hline 62 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 124 & 62 \\ \hline 0 & 2 \end{array}$$

Donc le PGCD de 682 et 496 est 62.

3. Il suffit de simplifier la fraction par le PGCD du numérateur et du dénominateur.

$\frac{682}{496} = \frac{62 \times 11}{62 \times 8}$ $\qquad$ $\frac{682}{496} = \mathbf{\frac{11}{8}}$

<u>Exercice 4</u> :

1. 550 + 1460 + 1920 + 1640 + 430 = 6000 donc 6000 ampoules ont été testée.
550 + 1460 =2010 donc 2010 ampoules ont une durée de vie inférieure à 1400 heures.
$\frac{2010 \times 100}{6000} = 33{,}5$ donc 33,5% des ampoules testées ont une durée de vie inférieure à 1400 h.

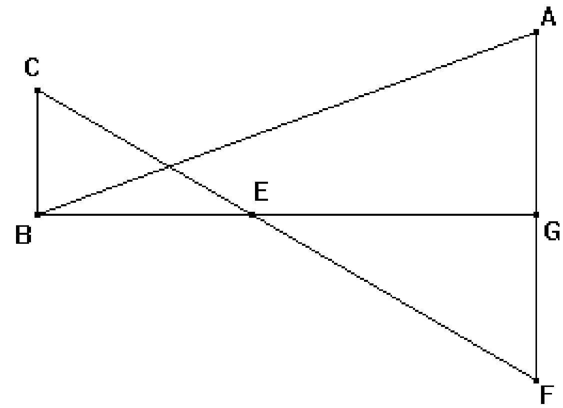
2. Pour calculer la moyenne, on prend le centre des classes

$$\frac{550 \times 1100 + 1460 \times 1300 + 1920 \times 1500 + 1640 \times 1700 + 430 \times 1900}{6000} = 1\ 498$$

Donc la durée de vie moyenne d'une ampoule est 1 498 heures.

Activités géométriques : 12 points

Exercice 1 :



1. Le triangle BCE est rectangle en B donc d'après le théorème de Pythagore :

$BC^2 + BE^2 = CE^2$

$BC^2 + 36 = 49$

$BC^2 = 49 - 36$

$BC^2 = 13$

$BC = \sqrt{13}$

$\boxed{BC \approx 3{,}6 \text{ cm}}$

2. Les droites (CF) et (GB) sont sécantes en E ; les droites (BC) et (GF) sont parallèles donc d'après le théorème de Thalès : $\dfrac{EF}{EC} = \dfrac{EG}{EB}$.

$\dfrac{EF}{7} = \dfrac{8}{6}$

$EF = \dfrac{8 \times 7}{6}$

$EF = \dfrac{56}{6}$

$EF = \dfrac{28}{3}$

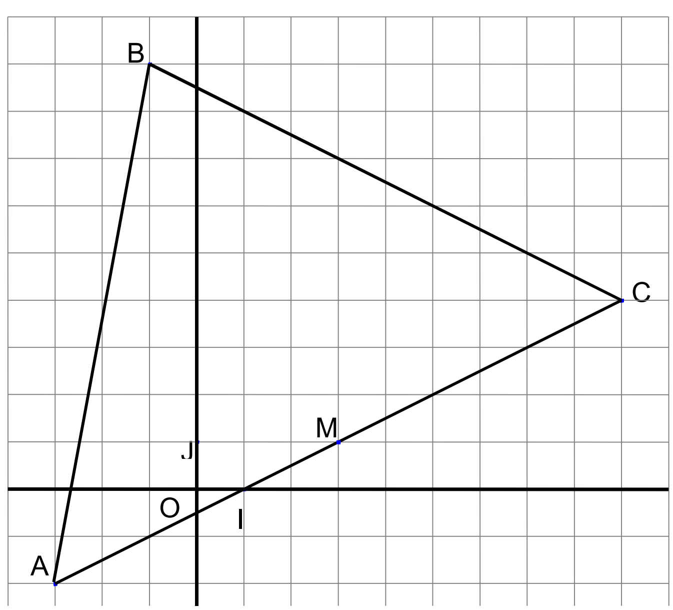
$\boxed{EF \approx 9{,}3 \text{ cm}}$

3. Le triangle ABG est rectangle en G donc $\tan \widehat{ABG} = \dfrac{AG}{BG}$

$\tan 20° = \dfrac{AG}{6 + 8}$ donc $AG = 14 \times \tan 20°$ $AG \approx 5{,}1$

Exercice 2 :

1.



2. $x_M = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{-3 + 9}{2} = \dfrac{6}{2} = 3$ $y_M = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{-2 + 4}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$ donc M(3 ; 1)

3. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1 - (-3) \\ 9 - (-2) \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 9 - (-3) \\ 4 - (-2) \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ 11 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix}$

$BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2$
$BC^2 = (9 - (-3))^2 + (4 - (-2))^2$
$BC^2 = 12^2 + 6^2$
$BC^2 = 144 + 36$
$BC^2 = 180$ donc $BC = \sqrt{180}$ $\boxed{BC \approx 13,4}$.

Exercice 3 :

1. $6370 \times 2 \times \pi = 12740\ \pi$
Donc l'équateur mesure $12740\ \pi$ km (puisque l'énoncé ne le précise pas, on donne la valeur exacte).

2. $\widehat{BOA} = \widehat{GOA} - \widehat{GOB} = 42° - 9° = 33°$ donc l'angle $\widehat{BOA}$ mesure 33°.
La longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ est proportionnelle à l'angle $\widehat{AOB}$.
Sachant que l'équateur mesure 12740π km pour un angle de 360°

$$\frac{33 \times 12740\ \pi}{360} = \frac{420420}{360}\pi = \frac{7007}{6}\pi.$$

Donc la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ est $\frac{7007}{6}\pi$ km

Problème : 12 points

Partie A

1. A l'aller, le trajet dure 3h.
$542 \div 3 \approx 181$ donc à l'aller, le train a une vitesse moyenne de 181 $km.h^{-1}$.

2. Au retour, le trajet dure 2 h 54 min = 2,9 h
$542 \div 2{,}9 \approx 187$ donc au retour, le train a une vitesse moyenne de 187 $km.h^{-1}$.

Partie B

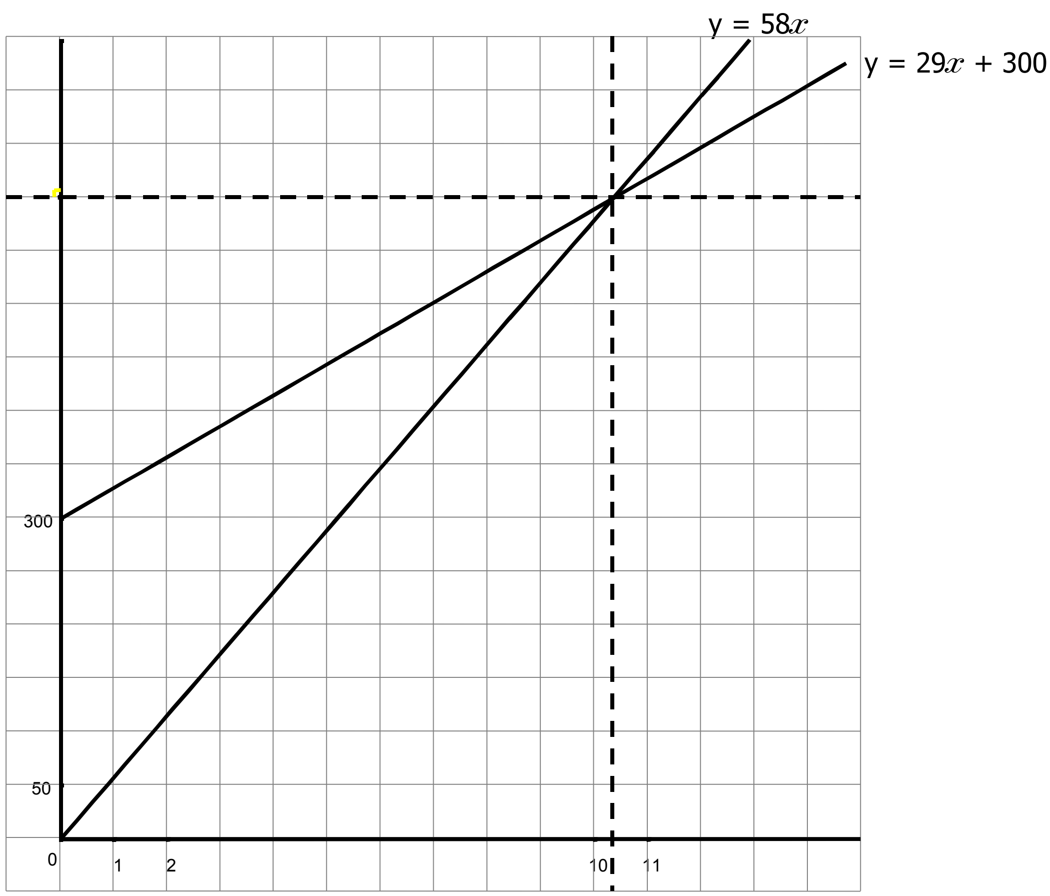
1. $8 \times 58 = 464$ donc avec l'option A, M. Dubois paye 464€.
$29 \times 8 + 300 = 532$ donc avec l'option B, M. Dubois paye 532 €.

2. $y_A = 58\,x$

3. Avec l'option B, on paye un forfait pour l'année de 300 € puis chaque voyage coûte 29 €.

4. Non, avec l'option B, le prix n'est pas proportionnel au nombre de voyages puisque pour 0 voyage, on payerais 300 €.On peut aussi remarquer que l'option est constituée d'une partie fixe (300 €) et d'une partie proportionnelle (29 € par voyage).

5.



6. a. L'option B devient plus avantageuse à partir du 11$^{\text{ème}}$ trajet.

b. $29x + 300 < 58\,x$
$300 < 58x - 29x$
$300 < 29x$
$\dfrac{300}{29} < x$ soit $x > \dfrac{300}{29}$ avec $\dfrac{300}{29} \approx 10{,}34$

Donc le forfait B est plus avantageux si on fait plus de $\dfrac{300}{29}$ voyages, soit à partir du 11$^{\text{ème}}$ voyage.