Activités numériques : 12 points

Exercice 1 :

1. $\mathbf{A} = \frac{7}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{11}{6}$

$A = \frac{7}{5} + \frac{3 \times 11}{5 \times 2 \times 3}$

$A = \frac{7}{5} + \frac{11}{10}$

$A = \frac{14}{10} + \frac{11}{10}$

$A = \frac{25}{10}$

$\boxed{\mathbf{A = \frac{5}{2}}}$

2. $\mathbf{B} = 2\sqrt{5} - \sqrt{20} - 3\sqrt{45}$

$B = 2\sqrt{5} - \sqrt{4 \times 5} - 3\sqrt{9 \times 5}$

$B = 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 9\sqrt{5}$

$\boxed{\mathbf{B = -9\sqrt{5}}}$

3. $\mathbf{C} = \frac{4 \times 10^{14} \times 12}{3 \times 10^{11}}$

$C = \frac{4 \times 12}{3} \times \frac{10^{14}}{10^{11}}$

$C = 16 \times 10^{3}$

$C = 1{,}6 \times 10^{1} \times {}^{10\ 3}$

$\boxed{\mathbf{C = 1{,}6 \times 10^{4}}}$

Exercice 2 :

1. $\mathbf{D} = (4x - 1)^2 + (x + 3)(4x - 1)$

$D = 16x^2 - 8x + 1 + 4x^2 - x + 12x - 3$

$\boxed{\mathbf{D = 20x^2 + 3x - 2}}$

2. $\mathbf{D} = (4x - 1)^2 + (x + 3)(4x - 1)$

$D = (4x - 1)(4x - 1 + x + 3)$

$\boxed{\mathbf{D = (4x - 1)(5x + 2)}}$

3. $(4x - 1)(5x + 2) = 0$

Un produit est nul si (et seulement si) l'un au moins de ses facteurs est nul.

Donc $4x - 1 = 0$ ou $5x + 2 = 0$

$x = \frac{1}{4}$ ou $x = -\frac{2}{5}$

Les solutions de cette équation sont $-\frac{2}{5}$ et $\frac{1}{4}$

Exercice 3 :

1. Utilisons l'algorithme d'Euclide : $540 = 300 \times 1 + 240$

$300 = 240 \times 1 + 60$

$240 = 60 \times 4$ donc $\boxed{\text{PGCD}(540;300) = 60}$.

2. a. 5,4 m = 540 cm et 3 m = 300 cm.

Pour obtenir le moins de dalles possibles, il faut choisir la longueur du côté de chaque dalle le plus grand possible. Ce nombre doit diviser 540 et 300 et être le plus grand possible. Il s'agit donc du PGCD de 540 et de 300, soit 60.

Le côté de chaque dalle mesure donc 60 cm.

b. $\frac{540}{60} = 9$ et $\frac{300}{60} = 5$. Il y a donc 9 dalles en longueur et 5 dalles en largeur soit $5 \times 9 = 45$ dalles.

Exercice 4 :

1. Effectif $= 2 + 3 + 5 + 1 + 4 + 1 + 6 + 3$
$= 25$ élèves.

2. $\frac{6\times2 + 7\times3 + 8\times5 + 9\times1 + 10\times4 + 12\times1 + 13\times6 + 15\times3}{25} = 10{,}28$

La moyenne est donc de 10,28

Activités géométriques : 12 points

Exercice 1 :

1. Dans le triangle DHG rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$DG^2 = DH^2 + DC^2$
$DG^2 = 20{,}25 + 36$
$DG^2 = 56{,}25$
$DG = \sqrt{56{,}25}$
$\boxed{\mathbf{DG = 7{,}5\ cm}}$

2. Dans le triangle DCG rectangle en C, on a :

$\cos \widehat{CDG} = \dfrac{DC}{DG}$

$\cos \widehat{CDG} = \dfrac{6}{7{,}5}$

$\cos \widehat{CDG} = 0{,}8$ donc $\widehat{CDG} \approx 37°$

3. Volume = $\dfrac{1}{3} \times$ [A (ABCD) $\times$ CG]

Volume = $\dfrac{1}{3} \times 36 \times 4{,}5$)

$\boxed{\mathbf{Volume = 54\ cm^3}}$

Exercice 2 :

1. OB = OA + AB

$\boxed{\mathbf{OB = 20\ cm}}$

OD = OC + CD

$\boxed{\mathbf{OD = 12\ cm}}$

2. $\dfrac{OA}{OB} = \dfrac{8{,}5}{20}$

$\dfrac{OA}{OB} = 0{,}425$

$\dfrac{OC}{OD} = \dfrac{5}{12}$

$\dfrac{OC}{OD} \approx 0{,}417$

Donc $\dfrac{OA}{OB} \neq \dfrac{OC}{OD}$.

Si les droites (AB) et (Cd) étaient parallèles, on aurait d'après le théorème de Thalès $\dfrac{OA}{OB} = \dfrac{OC}{OD}$. Or ici ce n'est pas le cas donc les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

Exercice 3 : (Voir figure en dessous)

1. Les droites (BC) et (AC) sont perpendiculaires. Comme O $\in$ (AC), on peut dire (BC) et (OC) sont perpendiculaires. Le triangle OBC est donc rectangle en C. Son cercle circonscrit est le milieu de son hypoténuse, c'est à dire le milieu de [OB].

2. M est tel que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ donc M est le 4ème sommet du parallélogramme OBMC.

   P est tel que $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OD}$. Comme O est le milieu de [BD] on a donc $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OD}$.

   P est donc tel que $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BO}$ c'est à dire que P est le 4ème sommet du parallélogramme BCPO.

3. **a.** OMBC est un parallélogramme. On a donc $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{BM}$. Alors la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$ est la transformation qui transforme O en C et B en M.

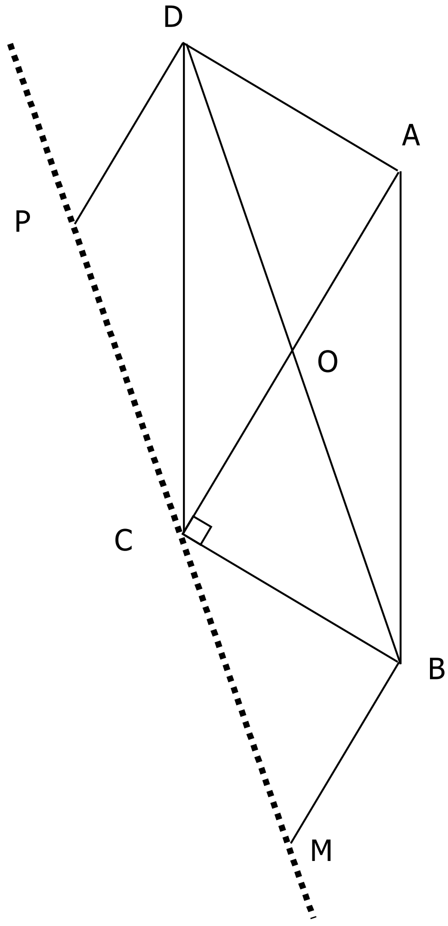
   b. D'après **2.** on sait que BCPO est un parallélogramme donc $\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{BO}$.

   O est milieu de [DB] donc $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OB}$.

   $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CP}$ d'après la relation de Chasles.
   $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{BO}$
   $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BO}$
   $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{OC}$ donc P est l'image de D par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$.

   c. La translation de vecteur OC transforme les points alignés B,O et D respectivement en M,C et P. La translation conserve l'alignement donc les points M,C et P sont eux aussi alignés.

Figure Activité géométrique exercice 3.



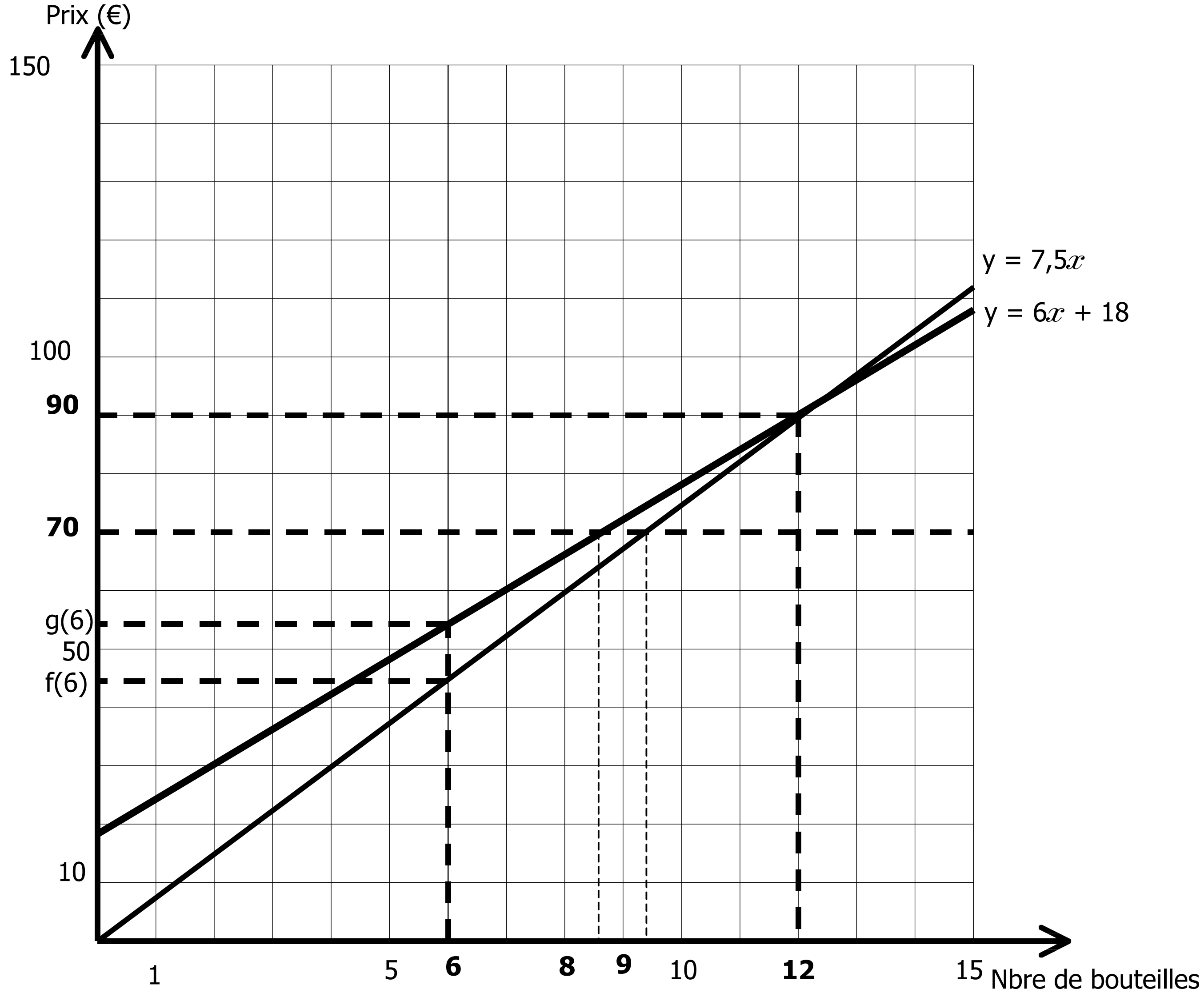
Problème : 12 points

1.

Nombre de bouteilles	1	5	**10**	**13**	15
Prix au tarif 1 en €	7,5	**37,5**	**75**	97,5	**112,5**
Prix au tarif 2 en €	**24**	48	78	**96**	**108**

2. $\boxed{P_1 = 7{,}5\,x}$ $\boxed{P_2 = 6x + 18}$

3.



4. a. Pour 6 bouteilles achetées le tarif le plus avantageux est le tarif 1.
En effet, on peut voir graphiquement que f(6) < g(6).

b. Pour 70 euros on achète 8 bouteilles au tarif 2 et **9** au tarif 1. C'est donc le tarif 1 le plus avantageux.

5. a. Coordonnées du point d'intersection des deux droites : (12 ; 90)
Le prix est identique pour 12 bouteilles. Il vaut alors 90 €.

b.

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ 7{,}5x &= 6x + 18 \\ 7{,}5x - 6x &= 18 \\ 1{,}5x &= 18 \\ x &= 18 \div 1{,}5 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

Si $x = 12$ alors $f(x) = 7{,}5 \times 12$
$= 90$.

On retrouve bien les résultats de la question a.