Activités numériques :

Exercice 1 :

1. Numérateur et dénominateur ont leur dernier chiffre pair donc la fraction est simplifiable par 2 et par conséquent, elle n'est pas irréductible.

2. L'algorithme d'Euclide donne la liste de divisions euclidiennes successives :
$578 = 3 \times 170 + 68$
$170 = 2 \times 68 + 34$
$68 = 2 \times 34 + 0$
Le dernier reste non nul est le PGCD donc PGCD (170 ; 578) = 34.

3. On rend la fraction irréductible en la simplifiant par le PGCD du numérateur et du dénominateur :
$\frac{170}{578} = \frac{5 \times 34}{17 \times 34} = \frac{5}{17}$

Exercice 2 :

1. $C = (x - 1)(2x + 3) + (x - 1)^2$
$C = 2x^2 + 3x - 2x - 3 + (x^2 - 2 \times x \times 1 + 1^2)$
$C = 2x^2 + x - 3 + x^2 - 2x + 1$
$\mathbf{C = 3x^2 - x - 2}$.

2. Pour $x = \sqrt{2}$, $C = 3 \times (\sqrt{2})^2 - \sqrt{2} - 2$
$C = 3 \times 2 - \sqrt{2} - 2$
$C = 6 - 2 - \sqrt{2}$
$\mathbf{C = 4 - \sqrt{2}}$

3. $C = (x - 1)(2x + 3) + (x - 1)(x - 1)$
$C = (x - 1)[(2x + 3) + (x - 1)]$
$C = (x - 1)[2x + 3 + x - 1]$
$\mathbf{C = (x - 1)(3x + 2)}$

4. On doit résoudre l'équation produit nul : $(x - 1)(3x + 2) = 0$
Un produit de facteurs est nul si l'un de ses facteurs est nul, donc :
$x - 1 = 0$ ou $3x + 2 = 0$, soit $x = 1$ ou $3x = -2$
Conclusion : les solutions de l'équation sont 1 et $-\frac{2}{3}$.

Exercice 3 :

1. Dans la deuxième équation, en isolant x on obtient $x = y + 5$ et en reportant dans la première :
$2(y + 5) + 3y = 30$ soit $2y + 3y + 10 = 30$ et $5y = 30 - 10$ donc $y = 20 : 5 = 4$.
En remplaçant dans $x = y + 5$, on obtient $x = 4 + 5 = 9$.
La solution du système est le couple (9 ; 4).

2. Si on note x le prix d'une bande dessinée et y celui d'un livre de poche, les deux phrases de l'énoncé se traduisent par le système du 1., donc une bande dessinée coûte 9 euros et un livre de poche 4 euros.

Activités géométriques :

Exercice 1 :

a. Dans le triangle OSB rectangle en O, $\tan \widehat{OSB} = \frac{OB}{OS} = \frac{2,8}{4} = 0,7$.

Donc $\widehat{OSB} = \tan^{-1}(0,7) \approx 35°$.

b. On applique la formule « $V = \frac{1}{3} \times$ aire de la base $\times$ hauteur ».

Ici, $V_{ABCDG} = \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 2,8$ **$V_{ABCDG} \approx$ 47 cm^3**.

Exercice 2 :

1. Dans le triangle ABC rectangle en A, le théorème de Pythagore donne :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$.
$13^2 = 5^2 + AC^2$
$AC^2 = 169 - 25$
$AC^2 = 144$
$AC = \sqrt{144}$ **AC= 12**.

2. $\frac{AC}{CM} = \frac{12}{2,4} = 5$ et $\frac{BC}{CN} = \frac{13}{2,6} = 5$ donc $\frac{AC}{CM} = \frac{BC}{CN}$
De plus, d'après la figure qui précise la position des points et l'énoncé : les points A, C et M d'une part et les points B, C et N d'autre part sont alignés et dans cet ordre.
Donc d'après le réciproque de la propriété de Thalès, les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

3. Les droites (AM) et (BM) sont sécantes en C et les droites (AB) et (MN) sont parallèles, donc d'après la propriété de Thalès : $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{CM} = \frac{BC}{CN}$.
Donc $\frac{AB}{MN} = 5$ d'ou l'on obtient : $MN = \frac{AB}{5} = \frac{5}{5} = 1$.

4. Le triangle ABC est rectangle en A, donc la droite (AM) est perpendiculaire à la droite (AB). Comme la droite (AB) est parallèle à la droite (MN), la droite (AM) est aussi perpendiculaire à la droite (MN). Donc le triangle CMN est rectangle en M.

Exercice 3 :

1. L'image du triangle BCO par la translation de vecteur $\overrightarrow{AF}$ est **le triangle ODE.**

2. L'image du triangle BCO par la symétrie d'axe (BE) est **le triangle BAO.**

3. L'image du triangle BCO par la rotation de centre O et d'angle 60° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre est **le triangle ABO.**

Questions enchaînées :

Partie A :

1. On complète le tableau donné en annexe :

Durée en minutes	90	100	105	120
Effectifs (nombre de coureurs)	2	6	4	3

2. **a.** L'étendue est de 120 – 90 = 30 min.

b. La médiane est une valeur du caractère qui sépare l'effectif total en deux groupes de même effectif. Ici 100 min est une valeur médiane : par rapport à un des amis ayant couru en 100 min, sept ont couru moins vite et sept ont couru plus vite…

c. Durée moyenne de la course est : $\dfrac{2\times90 + 6\times100 + 4\times105 + 3\times120}{15} = \dfrac{1560}{15} = 104$ min.

Partie B :

1. Utilise la relation vitesse = $\dfrac{\text{distance}}{\text{durée}}$ soit ici si on note t la durée du parcours de Fabien :

$12 \text{ km.h}^{-1} = \dfrac{21 \text{ km}}{t}$

On obtient donc une durée t en heure : $t = \dfrac{21}{12}$ h = 1,75 h = 1,75×60 min = 105 min.

2. La fonction étant affine, elle est représentée graphiquement par une droite et il faut déterminer les coordonnées de deux de ses points pour la tracer, pour cela on construit un tableau de valeurs :

x	0	105
f(x)	21	0

(Graphique en fin de corrigé)

3. **a.** D'après le tracé en bleu, après 30 min de course, il reste 15 km à parcourir.
b. D'après le tracé en vert, c'est après 70 min de course qu'il restera 7 km à parcourir.

4. **a.** L'équation : $21 - 0{,}2x = 17$ donne $21 - 17 = 0{,}2x$
Donc $x = \dfrac{4}{0{,}2} = 20$. L'équation a une solution, le nombre 20.
b. Cette solution, 20, est le nombre de minute pendant lesquelles Fabien doit courir avant qu'il lui reste 17 km à parcourir.

Partie C :

On utilise la même formule qu'en partie B, 1/.

1. $V_{\text{montée}} = \dfrac{\text{distance en km}}{\text{durée en h}} = \dfrac{9}{\frac{40}{60}} = 9 \times \dfrac{60}{40} = 13{,}5 \text{ km.h}^{-1}$.

2. $V_{\text{descente}} = \dfrac{\text{distance en km}}{\text{durée en h}} = \dfrac{12}{\frac{50}{60}} = 12 \times \dfrac{60}{50} = 14{,}4 \text{ km.h}^{-1}$.

3. $V_{\text{parcours}} = \dfrac{\text{distance en km}}{\text{durée en h}} = \dfrac{21}{\frac{50+40}{60}} = \dfrac{21}{1{,}5} = 14 \text{ km.h}^{-1}$. (Ce qui n'est pas la moyenne des vitesses qui serait de $\dfrac{13{,}5 + 14{,}4}{2} = 13{,}95 \text{ km.h}^{-1}$, les durées des deux parcours étant différentes…)

Problème - Partie B - 2. et 3.