Activités numériques : 12 points

Exercice 1 :

Calculer **A**, **B** et **C** en indiquant les étapes.

A = $\frac{2}{7} + \frac{1}{7} \times \frac{8}{3}$; on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

B = $\left(\sqrt{3} - 7\right)^2$; on donnera le résultat sous la forme **a + b**$\sqrt{\mathbf{c}}$, où **a**, **b** et **c** sont des nombres entiers.

C = $\sqrt{50} + 2\sqrt{18}$; on donnera le résultat sous la forme **d** $\sqrt{\mathbf{e}}$, où **d** et **e** sont des nombres entiers.

Exercice 2 :

On considère l'expression A = $(2x - 3)^2 - (2x - 3)(x - 2)$.

1. Développer et réduire A.

2. Factoriser A.

3. Résoudre l'équation A = 0.

4. Calculer A pour $x = -2$.

Exercice 3 :

1. Les nombres 682 et 496 sont–ils premiers entre eux ? Justifier.

2. Calculer le Plus Grand Commun Diviseur (PGCD) de 682 et 496.

3. Simplifier la fraction $\frac{682}{496}$ pour la rendre irréductible, en indiquant la méthode.

Exercice 4 :

Une usine teste des ampoules électriques, sur un échantillon, en étudiant leur durée de vie en heures.
Voici les résultats :

d : durée de vie en heures	nombre d'ampoules
$1000 \leq d < 1200$	550
$1200 \leq d < 1400$	1460
$1400 \leq d < 1600$	1920
$1600 \leq d < 1800$	1640
$1800 \leq d < 2000$	430

1. Quel est le pourcentage d'ampoules qui ont une durée de vie de moins de 1400 h ?

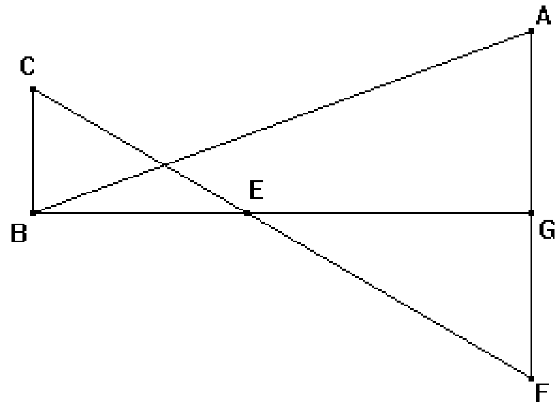
2. Calculer la durée de vie moyenne d'une ampoule.

Activités géométriques : 12 points

<u>Exercice 1</u> :

On considère la figure ci–dessous où les longueurs sont données en cm :

- Les droites (CF) et (BG) se coupent en E ;
- Les points A, G et F sont alignés ;
- Les droites (BC) et (AF) sont parallèles ;
- EC = 7 ; EG = 8 ; EB = 6 ;
- $\widehat{EBC} = 90°$; $\widehat{ABG} = 20°$.



Pour chacune des questions suivantes, donner la valeur exacte puis arrondie à 0,1 près.

1. Calculer la longueur BC.

2. Calculer le longueur EF.

3. Calculer la longueur AG.

<u>Exercice 2</u> :

Dans un repère orthonormé (O, I, J), on considère les points suivants :

A(–3 ; –2)   B(–1 ; 9)   C(9 ; 4).

1. Faire une figure en prenant 1 cm pour unité de longueur.

2. On note M le milieu du segment [AC]. Calculer les coordonnées du point M.

3. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

4. Calculer la longueur BC (on donnera la valeur arrondie à 0,1 près).

<u>Exercice 3</u> :

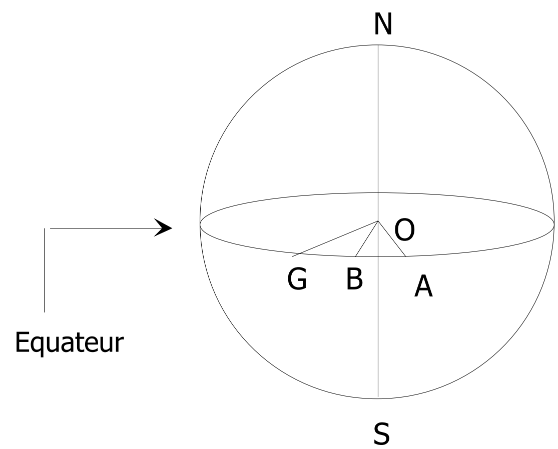
La Terre est assimilée à une sphère de rayon 6370 km.

1. On considère le plan perpendiculaire à la ligne des pôles (NS) et équidistant de ces deux pôles. L'intersection de ce plan avec la Terre s'appelle l'équateur. Calculer la longueur de l'équateur.

2. On note O le centre de la Terre et G un point de l'équateur. On considère deux points A et B situés en Afrique sur l'équateur. Ces points sont disposés comme l'indique le schéma ci–contre.

On sait que $\widehat{GOA} = 42°$ et $\widehat{GOB} = 9°$.

Calculer la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$, portion de l'équateur située en Afrique.



Problème : 12 points

Partie A

Madame Durand voyage en train.
Elle fait le voyage aller–retour Chambéry–Paris selon les horaires suivants :

Trajet aller		Trajet retour	
Départ Chambéry :	6 H 01 min	Départ Paris :	19 H 04 min
Arrivée Paris :	9 H 01 min	Arrivée Chambéry :	21 H 58 min

La distance par le train de Chambéry – Paris est de 542 km.

1. Calculer la vitesse moyenne du train à l'aller. Le résultat sera arrondi à l'unité.

2. Calculer la vitesse moyenne du train au retour. Le résultat sera arrondi à l'unité.

Partie B

Monsieur Dubois doit effectuer fréquemment des trajets, en train, entre Chambéry et Paris.
Il a le choix entre deux options :

OPTION A : Le prix d'un trajet est de 58 euros.

OPTION B : Le prix total annuel en euros y_B est donné par $y_B = 29x + 300$, où x est le nombre de trajets par an.

1. Monsieur Dubois effectue 8 trajets dans l'année. Calculer le prix total annuel avec chacune des deux options.

2. Monsieur Dubois effectue un nombre x de trajets dans l'année. On note y_A le prix total annuel à payer avec l'*option A*. Ecrire y_A en fonction de x.

3. Un employé de la gare doit expliquer, à une personne qui téléphone, le fonctionnement de l'*option B*. Rédiger son explication.

4. Pour l'*option B*, le prix total annuel est–il proportionnel au nombre de trajets ? Justifier.

5. Sur la feuille de papier millimétrée, représenter les deux fonctions **f** et **g** définies par :

f : $x \longmapsto 58x$ et g : $x \longmapsto 29x + 300$.

Pour le repère, on prendra :
- l'origine en bas à gauche de la feuille ;
- sur l'axe des abscisses 1 cm pour 1 unité ;
- sur l'axe des ordonnées 1 cm pour 50 unités.

6. On vient de représenter graphiquement, pour chacune des deux options, le prix total annuel en fonction du nombre de trajets.

a. A l'aide du graphique, déterminer le nombre de trajets pour lequel le prix total annuel est plus avantageux avec l'*option B*. Faire apparaître le tracé ayant permis de répondre.

b. Retrouver ce résultat par un calcul.