MathADoc Diplôme National du Brevet : Groupe est **(corrigé)** 2003

(Besançon, Dijon, Grenoble, Lyon, Nancy-Metz, Reims, Strasbourg)

Activités numériques : 12 points

Dans toutes cette partie, les résultats des calculs demandés doivent être accompagnés d'explications. Le barème en tiendra compte.

Exercice 1 :

1. $A = 2\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + \sqrt{20}$

$A = 2 \times \sqrt{9} \times \sqrt{5} - 3\sqrt{5} + \sqrt{4} \times \sqrt{5}$

$A = 2 \times 3 \times \sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$

$\boxed{A = 5\sqrt{5}}$

2. $B = \dfrac{150 \times 10^{3} \times 8 \times 10^{5}}{6 \times 10^{7}}$

$B = \dfrac{150 \times 8}{6} \times \dfrac{10^{3+5}}{10^{7}}$

$B = 200 \times \dfrac{10^{8}}{10^{7}}$

$B = 2 \times 10^{2} \times 10^{1}$

$\boxed{B = 2 \times 10^{3}}$

Exercice 2 :

1. $C = (2x + 5)^2 - (x + 3)(2x + 5)$

$C = 4x^2 + 20x + 25 - (2x^2 + 5x + 6x + 15)$

$C = 4x^2 + 20x + 25 - 2x^2 - 5x - 6x - 15$

$\boxed{C = 2x^2 + 9x + 10}$

2. $C = (2x + 5)^2 - (x + 3)(2x + 5)$

$C = (2x + 5)(2x + 5) - (x + 3)(2x + 5)$

$C = (2x + 5)\,[(2x + 5) - (x + 3)]$

$C = (2x + 5)(2x + 5 - x - 3)$

$\boxed{C = (2x + 5)(x + 2)}$

3. Un produit de facteurs est nul si (et seulement si) l'un au moins de ses facteurs est nul.

On a donc $2x + 5 = 0$ ou $x + 2 = 0$

$x = \dfrac{5}{2}$ ou $x = -2$

Conclusion : les solutions de cette équation sont $\dfrac{5}{2}$ et -2.

4. $C = \left(2 \times \left(-\dfrac{2}{3}\right) + 5\right)^2 - \left(\left(-\dfrac{2}{3}\right) + 3\right)\left(2 \times \left(-\dfrac{2}{3}\right) + 5\right)$

$C = \left(\dfrac{-4}{3} + 5\right)^2 - \left(\left(-\dfrac{2}{3}\right) + 3\right) \times \left(\dfrac{-4}{3} + 5\right)$

$C = \left(\dfrac{11}{3}\right)^2 - \dfrac{7}{3} \times \dfrac{11}{3}$

$C = \dfrac{121}{9} - \dfrac{77}{9}$

$\boxed{C = \dfrac{44}{9}}$

Exercice 3 :

1. $\begin{cases} 4x + 3y = 206 \\ 2x + 2y = 114 \end{cases} \quad \begin{array}{|l} \\ [\times (-2)\,] \end{array}$ $\qquad \begin{cases} 4x + 3y = 206 \\ -4x - 4y = -228 \end{cases}$ $\qquad \begin{cases} 4x + 3y = 206 \\ -y = -22 \end{cases}$

$\begin{cases} 4x + 3y = 206 \\ y = 22 \end{cases}$ $\qquad \begin{cases} 4x + 66 = 206 \\ y = 22 \end{cases}$ $\qquad \begin{cases} x = 35 \\ y = 22 \end{cases}$

Conclusion : le couple (x ; y) solution de ce système est le couple (35;22)

2. Soit x le prix payé par un adulte et y celui payé par un enfant.

On a $\begin{cases} 4x + 3y = 206 \\ 2x + 2y = 114 \end{cases}$, soit d'après la question précédente $\begin{cases} x = 35 \\ y = 22 \end{cases}$.

$3x + 2y = 3 \times 35 + 2 \times 22$

$= 149$ Donc le prix payé par la famille C est de 149 €.

Activités géométriques : 12 points

Exercice 1 :

1. Les droites (EA) et (EB) sont sécantes en E.
$D \in (EA)$ et $C \in (EB)$.
De plus les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
Alors, d'après le théorème de Thalès, on a $\frac{EB}{EC} = \frac{EA}{ED} = \frac{AB}{CD}$

$\frac{EA}{ED} = \frac{AB}{CD}$ $\quad \frac{10}{6} = \frac{20}{CD}$ $\quad \boxed{CD = 12 \text{ cm}}$

2. Les droites (BA) et (BE) sont sécantes en E.
Les points B, G et A sont alignés dans le même ordre que les points B, F et E.

$\frac{BG}{BA} = \frac{16}{20}$ $\qquad \frac{BF}{BE} = \frac{12{,}8}{16}$

$\frac{BG}{BA} = 0{,}8$ $\qquad \frac{BF}{BE} = 0{,}8$

Donc $\frac{BG}{BA} = \frac{BF}{BE}$. Alors, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (FG) et (AE) sont parallèles.

Exercice 2 :

1. Dans le triangle SOA rectangle en O, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$OA^2 + OS^2 = SA^2$ $\quad OA^2 + 8^2 = 10^2$ $\quad OA^2 + 64 = 100$ $\quad OA^2 = 36$ $\quad \boxed{OA = 6 \text{ cm}}$

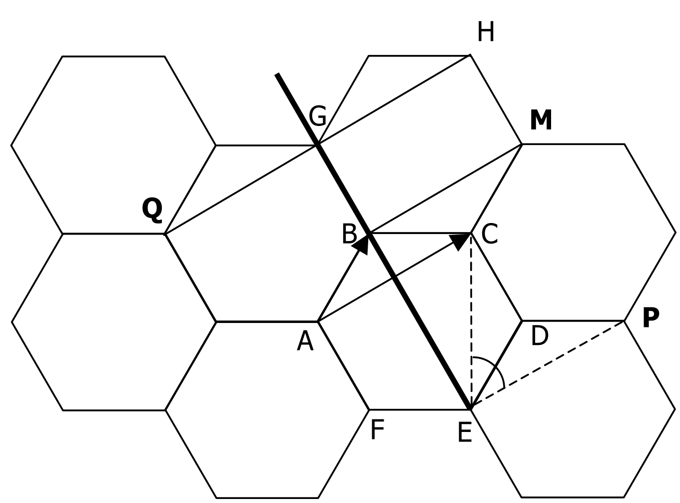
2. $V = \frac{\pi \times OA^2 \times OS}{3}$ $\quad V = \frac{\pi \times 6^2 \times 8}{3}$ $\quad V = \frac{36 \times 8}{3} \times \pi$ $\quad \boxed{V = 96\,\pi}$ $\quad \boxed{V \approx 301{,}593 \text{ mm}^3}$

3. Dans le triangle OSA rectangle en O, on a $\tan \widehat{ASO} = \frac{OA}{OS}$ $\quad \tan \widehat{ASO} = \frac{6}{8}$ $\quad$ D'où $\boxed{\widehat{ASO} \approx 37°}$

4. a. $k = \frac{SI}{SO}$ $\quad k = \frac{2}{8}$ $\quad \boxed{k = \frac{1}{4}}$

b. $V' = k^3 \times V$ $\quad V' = \frac{1}{64} \times V$ $\quad V' \approx 4{,}712 \text{ cm}^3$

Exercice 3 :



Problème : 12 points

Partie 1.

1. $\text{Aire}_{\text{AMFE}} = \dfrac{(1 + 7) \times 8}{2}$ $\boxed{\text{Aire}_{\text{AMFE}} = 32 \text{ m}^2}$

   $\text{Aire}_{\text{MBCF}} = 8 \times 8$ $\boxed{\text{Aire}_{\text{MBCF}} = 64 \text{ m}^2}$

2. a. $\text{Aire}_{\text{AMFE}} = \dfrac{(x + 6 + x) \times 8}{2}$ $\text{Aire}_{\text{AMFE}} = (2x + 6) \times 4$ $\boxed{\text{Aire}_{\text{AMFE}} = 8x + 24}$

b. $\text{Aire}_{\text{MBCF}} = (9 - x) \times 8$ $\boxed{\text{Aire}_{\text{MBCF}} = -8x + 72}$

3.

4. b. $f(x) = g(x)$

$8x + 24 = -8x + 72$

$16x = 48$

$\boxed{x = 3}$

Partie 2.

1. Si $x = 3{,}5$ alors MB = 9 – 3,5 MB = 5,5 m $\boxed{\text{MB} = 550 \text{ m}^2}$

On a toujours BC = 8 m $\boxed{\text{BC} = 800 \text{ cm}}$

2. a. La longueur du côté de chaque dalle doit diviser la longueur et la largeur de la pièce pour que le sol de celle-ci soit entièrement recouvert. Donc c est un diviseur de 550 et de 800. Or c doit être le plus grand possible. c est donc le PGCD de 800 et 550.

b. Calculons ce PGCD en utilisant l'algorithme d'Euclide.

$800 = 550 \times 1 + 250$

$550 = 250 \times 2 + 50$

$250 = 50 \times 5 + 0$ Donc PGCD (800;550) = 50 (dernier reste non nul)

c. Nombre de dalles = $(800 \div 50) \times (550 \div 50)$

$\boxed{\text{Nombre de dalles} = 176}$

3. $50^2 \times 176 = 440\,000$ L'aire des 176 dalles est donc de 440 000 cm² soit 44m²

$44 \times 13{,}5 = 594$ $\boxed{\text{On devra payer la somme de 594 €.}}$