MathADoc Diplôme National du Brevet : Groupe Nord (corrigé) 2003

(Amiens, Lille, Paris, Créteil, Versailles, Rouen)

Activités numériques : 12 points

Exercice 1 :

$A = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \div \frac{20}{21}$

$A = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{21}{20}$

$A = \frac{8 \times 4}{3 \times 4} - \frac{\cancel{5} \times 21}{3 \times 4 \times \cancel{5}}$

$A = \frac{32 - 21}{12}$

$\boxed{A = \frac{11}{12}}$

$B = 3\sqrt{28} - 9\sqrt{7}$

$B = 3\sqrt{4 \times 7} - 9\sqrt{7}$

$B = 3 \times \sqrt{4} \times \sqrt{7} - 9\sqrt{7}$

$B = 3 \times 2 \times \sqrt{7} - 9\sqrt{7}$

$B = 6\sqrt{7} - 9\sqrt{7}$

$\boxed{B = -3\sqrt{7}}$

Exercice 2 :

1. La méthode choisie est l'algorithme d'Euclide

$1\,183 = 455 \times 2 + 273$
$455 = 273 \times 1 + 182$
$273 = 182 \times 1 + 91$
$182 = 91 \times 2 + 0$

Le dernier reste non nul est 91, c'est le PGCD des nombres 1 183 et 455.

2. Puisque PGCD (1 183 ; 455) = 91,cette fraction peut être rendue irréductible en la simplifiant par 91.

$\frac{1\,183}{455} = \frac{13 \times 91}{5 \times 91}$ $\frac{1\,183}{455} = \frac{13}{5}$ (forme irréductible)

Exercice 3 :

1. $E = (5x - 2)^2 - (x - 7)(5x - 2)$

$E = (25x^2 - 20x + 4) - (5x^2 - 35x + 14)$

$E = 25x^2 - 20x + 4 - 5x^2 + 2x + 35x - 14$

$\boxed{E = 20x^2 + 17x - 10}$

2. Pour $x = -1$

$E = 20 \times (-1)^2 + 17 \times (-1) - 10$

$E = 20 - 17 - 10$

$\boxed{E = -7}$

3. $E = (5x - 2)(5x - 2) - (x - 7)(5x - 2)$
$E = (5x - 2)[(5x - 2) - (x - 7)]$
$E = (5x - 2)(5x - 2 - x + 7)$

$\boxed{E = (5x - 2)(4x + 5)}$

4. Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul :
$5x - 2 = 0$ ou $4x + 5 = 0$

$x = \frac{2}{5}$ ou $1 = \left(-\frac{5}{4}\right)$

Conclusion : LEs solutions de cette équation sont $\frac{2}{5}$ et $\left(-\frac{5}{4}\right)$

Exercice 3 :

1. $1x + 2y = 11$ et $5x + 9y = 53$ donnent le système $\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 5x + 9y = 53 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x = 11 - 2y \\ 5(11 - 2y) + 9y = 53 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 11 - 2y \\ 55 - 10y + 9y = 53 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 11 - 2y \\ 10y - 9y = 55 - 53 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 11 - 2y \\ y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 11 - 2 \times 2 \\ y = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 7 \\ y = 2 \end{cases}$

Conclusion : Le prix d'une pizza est 7 euros et celui d'un jus de fruit est 2 euros.

Activités géométriques : 12 points

Exercice 1 :

1. Les points A(-3 ; 1) B(0 ; -2) et C(2 ; 3) sont placés sur l'annexe 1

2. a. $AC^2 = (2 - (-3))^2 + (3 - 1)^2$

$AC^2 = 5^2 + 2^2$

$AC^2 = 25 + 4$

$AC^2 = 29$

$AC = \sqrt{29}$ (cm)

$BC^2 = (2 - 0))^2 + (3 - (-2))^2$

$BC^2 = 2^2 + 5^2$

$BC^2 = 4 + 25$

$BC^2 = 29$

$BC = \sqrt{29}$ (cm)

2. b. Puisque $AC = BC = \sqrt{29}$ (cm) le triangle ABC est isocèle en C.

3. L'image A'B'C' est construite sur l'annexe 1.

Exercice 2 :

1. Puisque le triangle SOA est rectangle en O, on peut appliquer le théorème de Pythagore

$OS^2 + OA^2 = SA^2$

$OS^2 + 15^2 = 25^2$

$OS^2 = 625 - 225$

$OS^2 = 400$

$OS = \sqrt{400}$; ainsi OS = 20 (cm)

2. Le volume V du cône en cm^3 est donné par

$$V = \frac{\text{Aire de base} \times \text{Hauteur}}{3}$$

$$V = \frac{\pi \times 15^2 \times 20}{3}$$

$V = \pi \times 1\,500$ (cm^3)

3. a. Le rayon du plat mesurant 15 cm est transformé en rayon du modèle réduit de 6 cm ; le coefficient de réduction est $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ (= 0,4)

Le coefficient de réduction qui transforme le grand tajine en modèle réduit est 0,4.

b. D'après 3°/a/ nous avons

$$V' = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \times V = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \pi \times 1\,500$$

$V' = \pi \times 600$ (cm^3)

Alors $V' = 1\,885$ cm^3 arrondi à 1 cm^3 près.

Exercice 3 :

1. La figure est réalisée sur l'annexe 1

2. Calculons les carrés des mesures des côtés :

$RS^2 = 6{,}4^2 = 40{,}96$

$ST^2 = 8^2 = 64$

$RT^2 = 4{,}8^2 = 23{,}04$

Puisque $64 = 40{,}96 + 23{,}04$

nous avons $ST^2 = RS^2 + RT^2$.

Alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle RST est rectangle en R.

3. Puisque le triangle RST est rectangle en R :

$\sin \widehat{RST} = \frac{RT}{ST} = \frac{4{,}8}{8} = 0{,}6$

$\widehat{RST} = 37°$ arrondi au degré près

4. a. D'une part $\frac{SM}{SR} = \frac{4}{6{,}4}$ et d'autre part $\frac{SN}{ST} = \frac{5}{8}$

Puisque $5 \times 6{,}4 = 4 \times 8 = 32$ nous avons $\frac{SM}{SR} = \frac{SN}{ST}$

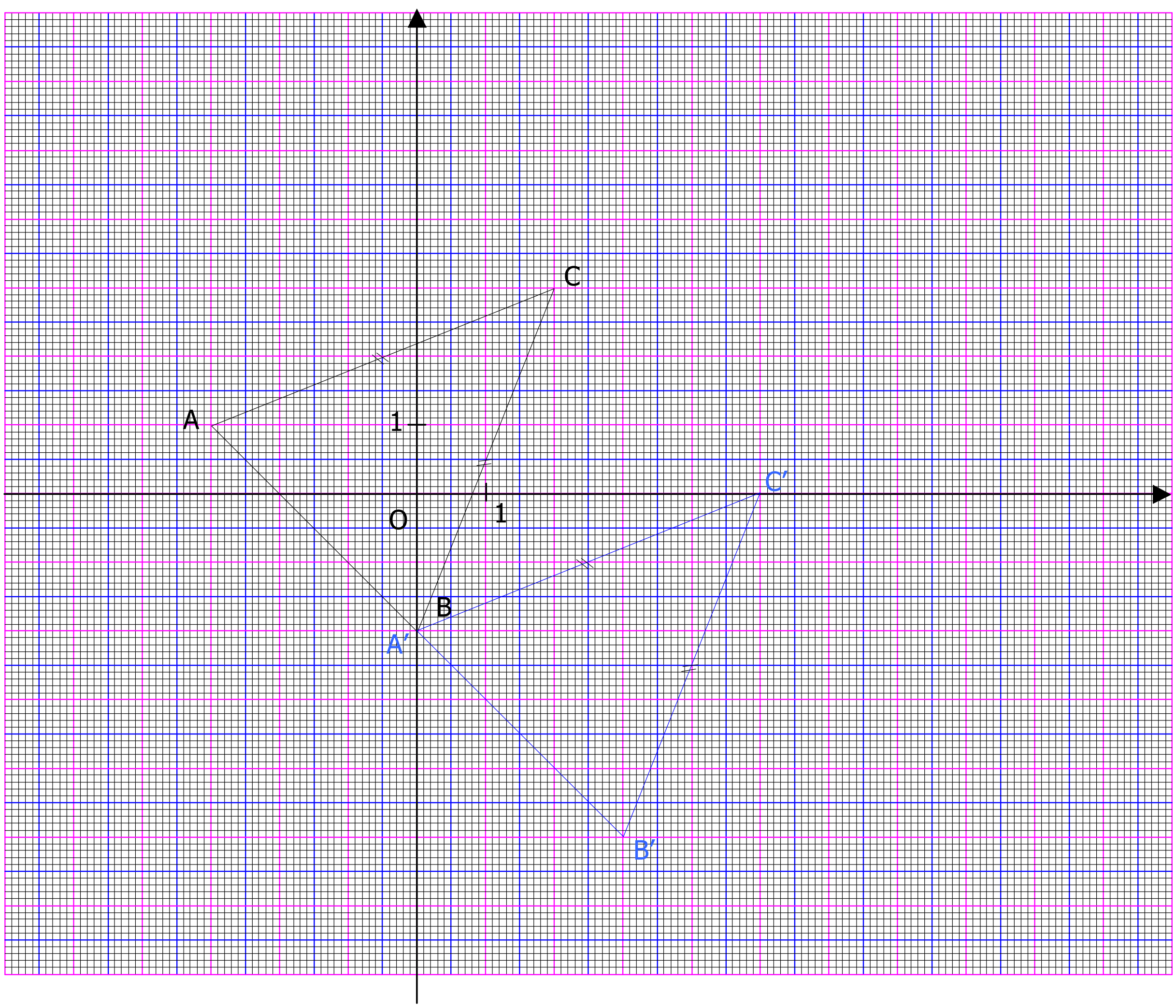
Les points S, M et R sont alignés dans le même ordre que les points S, N et T alors d'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (MN) et (RT) sont parallèles.

b. Les droites (MR) et (NT) sont sécantes en S avec les droites (MN) et (RT) qui sont parallèles ; nous pouvons appliquer le théorème de Thalès :

$\frac{MN}{RT} = \frac{SM}{SR} = \frac{SN}{ST} = \frac{5}{8}$

Ainsi $MN = \frac{5 \times RT}{8} = \frac{5 \times 4{,}8}{8} = 3$

MN = 3 (cm)



Problème : 12 points

1ère Partie

1. L'étendue de la série est de 3h 27min – 34min = 2h 53min

2. Effectif total : 26 + 43 + 61 + 80 + 30 + 10 = 250

3. Le nombre de jeunes qui ont utilisé leur téléphone portable au moins 2h correspond à : $120 \leq d < 210$
L'effectif correspondant est de : 80 + 30 + 10 = 120
Le pourcentage est de $\frac{120}{250} \times 100 = 48$ %

4. Pour une utilisation de moins de 1h 30 l'effectif est de : 26 + 43 = 69
Soit un pourcentage de $\frac{69}{250} \times 100 = 27{,}6$ %

5. Durée moyenne d'utilisation m :

$$m = \frac{26 \times 45 + 43 \times 75 + 61 \times 105 + 80 \times 135 + 30 \times 165 + 10 \times 195}{250} = 114$$

m = 114
La durée moyenne d'utilisation du téléphone portable pour l'ensemble des jeunes de l'enquête est de 114 minutes soit 1h 54min.

2ème partie

1. a. Pour une utilisation de 1h 30 min :
avec la formule M on paiera : 20 €
avec la formule P on paiera : 26 €

b. Pour une utilisation de 2h 40 min
avec la formule M on paiera : $20 + 0{,}50 \times 40 = 40$ €
avec la formule P on paiera : $26 + 0{,}3 \times 40 = 26 + 12 = 38$ €

2. a. $P_1 = 20 + 0{,}5x$

b. $P_2 = 26 + 0{,}3x$

3. Voir figure sur Annexe 2

4. a. $0{,}5x + 20 = 0{,}3x + 26$ donne $0{,}2x = 6$ et $x = \frac{6}{0{,}2}$; finalement $x = 30$

b. Ce résultat indique que pour 30 minutes de dépassement de forfait on paiera le même prix avec les deux formules M ou P.

c. Voir figure sur Annexe 2

5. a. La formule P a pour tarif $P_2 = 26 + 0{,}3x$ et la formule M a pour tarif $P_1 = 20 + 0{,}5x$.
La formule P est plus économique que la formule M si son tarif lui est inférieur ou égal :

$$\begin{aligned} 26 + 0{,}3x &\leq 20 + 0{,}5x \\ 0{,}3x - 0{,}5x &\leq 20 - 26 \\ -0{,}2x &\leq -6 \\ x &\geq 30 \end{aligned}$$

Donc pour un dépassement supérieur ou égal à 30 min la formule P est plus économique.

5. b. Les jeunes qui ont intérêt à choisir la formule P sont ceux qui ont un dépassement supérieur ou égal à 30 min soit une durée d'utilisation supérieure ou égale à 2h 30min ou 150 min.
L'effectif concerné est de : 30 + 10 = 40

ANNEXE 2 – Problème (A rendre avec la copie)