Activités numériques : 12 points

Exercice 1 :

1.

$A = 3\sqrt{20} + \sqrt{45}$
$A = 3\sqrt{4 \times 5} + \sqrt{9 \times 5}$
$A = 3 \times \sqrt{4} \times \sqrt{5} + \sqrt{9} \times \sqrt{5}$
$A = 3 \times 2 \times \sqrt{5} + 3 \times \sqrt{5}$
$A = (6 + 3) \times \sqrt{5}$
$\boxed{A = 9\sqrt{5}}$

$B = \sqrt{180} - 3\sqrt{5}$
$B = \sqrt{36 \times 5} - 3\sqrt{5}$
$B = \sqrt{36} \times \sqrt{5} - 3\sqrt{5}$
$B = 6 \times \sqrt{5} - 3\sqrt{5}$
$B = (6 - 3) \times \sqrt{5}$
$\boxed{B = 3\sqrt{5}}$

2. $A \times B = 9\sqrt{5} \times 3\sqrt{5}$
$A \times B = 9 \times 3 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}$
$A \times B = 27 \times 5$
$\boxed{A \times B = 135}$

$\frac{A}{B} = \frac{9\sqrt{5}}{3\sqrt{5}}$ $\frac{A}{B} = \frac{9}{3}$ $\frac{A}{B} = 3$

Exercice 2 :

1.

$$1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{4}{5}\right) = 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{3 \times 4}{4 \times 5}\right)$$
$$= 1 - \left(\frac{1 \times 5}{4 \times 5} + \frac{12}{20}\right)$$
$$= 1 - \frac{17}{20}$$
$$= \frac{20}{20} - \frac{17}{20}$$
$$= \frac{3}{20}$$

2. **a.** Le quart de la propriété est vendu en 2001 alors il en reste $\frac{3}{4}$; la partie vendue en 2002 est quatre cinquièmes de trois quarts c'est-à-dire

$\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$

La fraction de la propriété vendue en 2002 est $\frac{3}{5}$

b. Toute la propriété s'écrit 1 ou $\frac{20}{20}$; alors la fraction de la propriété invendue à l'issue des deux années s'écrit $1 - \frac{17}{20}$ et d'après 1., nous savons $1 - \frac{17}{20} = \frac{3}{20}$

La fraction de la propriété invendue à l'issue des deux années est $\frac{3}{20}$

c. Soit x la superficie en hectare de toute la propriété ; $x \times \frac{3}{20} = 6$ donne $x = \frac{6 \times 20}{3}$ $x = 40$

La superficie de toute la propriété était de quarante hectares.

Exercice 3 :

1. $E = (2x + 1)^2 - 4$

$E = (4x^2 + 4x + 1) - 4$

$E = 4x^2 + 4x + 1 - 4$

$\boxed{E = 4x^2 + 41 - 3}$

2. $(21 + 1)^2 - 2^2$

$E = [(2x + 1) + 2]\,[(2x + 1) - 2]$

$E = (2x + 1 + 2)\,(2x + 1 - 2)$

$\boxed{E = (2x + 3)(2x - 1)}$

3. Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul :

$(2x + 3)(2x - 1) = 0$ signifie

$(2x + 3) = 0$ ou bien $(2x - 1) = 0$

$21 = -3$ ou bien $2x = 1$

$x = -\frac{3}{2}$ ou bien $x = \frac{1}{2}$

Cette équation admet deux solutions $-\frac{3}{2}$ et $\frac{1}{2}$.

4. D'après 3. nous savons que $-\frac{3}{2}$ est solution de l'équation $(2x + 3)(2x - 1) = 0$ donc si $x = -\frac{3}{2}$ on a $E = 0$

D'après 1. si $x = 0$ on a $E = 4 \times 0^2 + 4 \times 0 - 3$ $\boxed{E = -3}$

Exercice 3 :

1. $y = x + x \times \frac{8}{100}$ $y = (1 + 0{,}08) \times x$ $y = 1{,}08x$

2. Ici $x = 329$; d'après 1. $y = 1{,}08 \times 329 = 355{,}32$

Le lecteur DVD coûtera 355,32 euros.

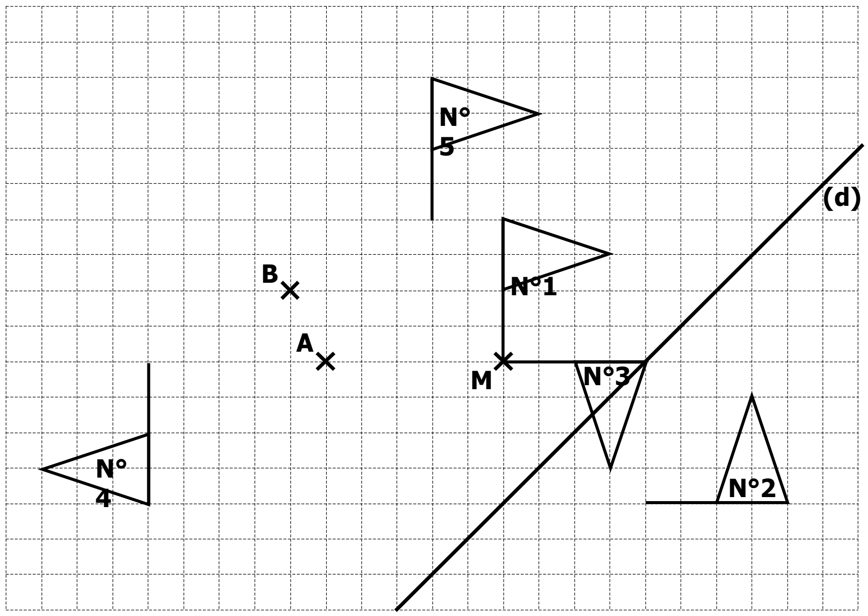
3. Ici $y = 540$. D'après 1., si $540 = 1{,}08x$ et alors $x = \frac{540}{1{,}08}$ $x = 500$

Le téléviseur coûtait 500 euros.

Activités géométriques : 12 points

Exercice 1 :

1.

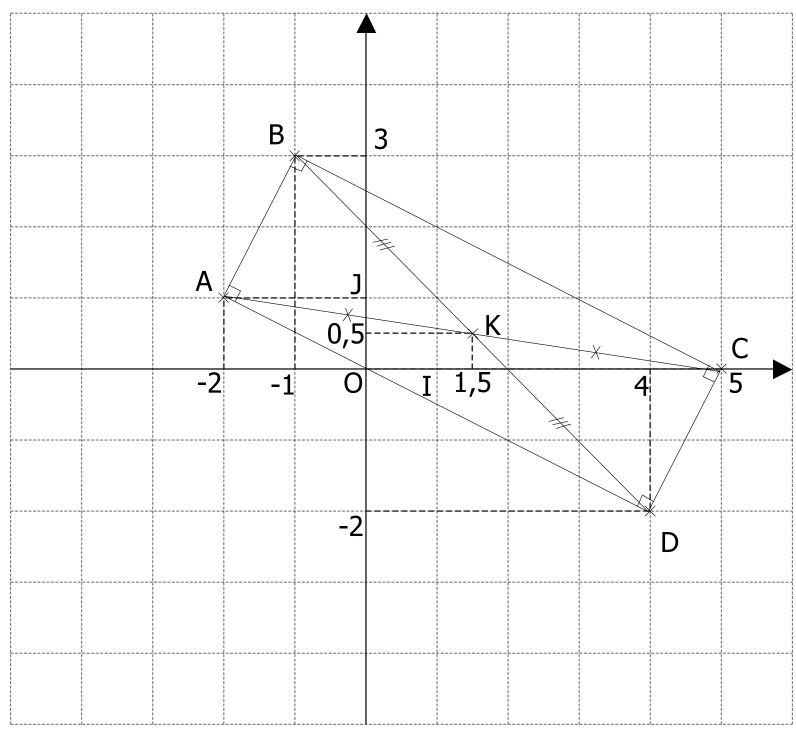


2. On peut passer directement de la figure N°1 à la figure N°5 par une translation.

L'élément caractéristique de cette translation est le vecteur noté $2\,\overrightarrow{AB}$.

Exercice 2 :

1. Sur la figure ci-contre



2. $AB^2 = (-1 - (-2))^2 + (3 - 1)^2$
$AB^2 = (-1 + 2)^2 + 2^2$
$AB^2 = 1^2 + 4$
$AB^2 = 5$
$AB = \sqrt{5}$

3. D'après 1. nous avons $AB^2 = 5$
D'après l'énoncé nous avons
$AC^2 = (5\sqrt{2})^2$
$AC^2 = 25 \times 2$
$AC^2 = 50$

$BC^2 = (3\sqrt{5})^2$
$BC^2 = 9 \times 5$
$BC^2 = 45$

Puisque $50 = 45 + 5$ on a
$AC^2 = AB^2 + BC^2$

Alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en B

4. Les coordonnées de K sont données par les égalités : $\dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{-2 + 5}{2} = 1{,}5$ et $\dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{1 + 0}{2} = 0{,}5$

Les coordonnées de K sont (1,5 ; 0,5)

5. ABCD est un rectangle signifie que $\vec{AD} = \vec{BC}$; ceci donne

$x_D - x_A = x_C - x_B$

$x_D - (-2) = 5 - (-1)$

$x_D = 5 + 1 - 2 = 4$

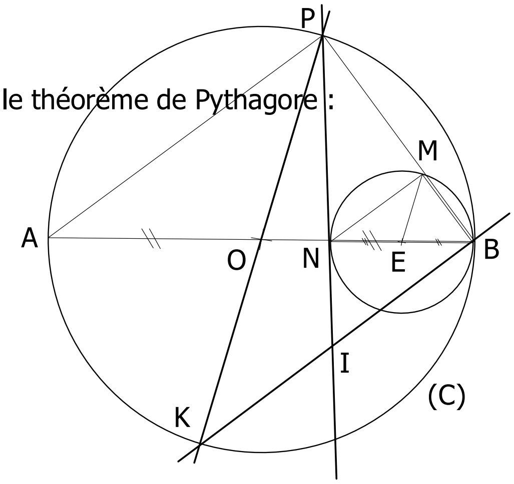
$y_D - y_A = y_C - y_B$

$y_D - 1 = 0 - 3$

$y_D = -3 + 1 = -2$

Les coordonnées de D sont (4 ; -2)

Problème : 12 points



1. a. Puisque le triangle BMN est rectangle en M, on peut appliquer le théorème de Pythagore :

$BM^2 + MN^2 = BN^2$

$3,2^2 + MN^2 = 4^2$

$MN^2 = 16 - 10,24$

$MN^2 = 5,76$

Puisque MN est une distance on déduit :

$MN = \sqrt{5,76}$

$\boxed{MN = 2,4 \text{ (cm)}}$

b. Dans le triangle BMN rectangle en M on a :

$\cos \widehat{MBN} = \frac{MB}{BN} = \frac{3,2}{4}$ et la machine à calculer donne :

$\widehat{MBN} = 37°$ arrondi à un degré près

2. a. Puisque la droite (BM) recoupe le cercle (C) en P nous déduisons que le triangle BPA est inscrit dans le cercle (C) de diamètre [AB] : il est rectangle en P.

b. D'après l'énoncé BMN est rectangle en M donc les droites (MN) et (BM) sont perpendiculaires.
D'après 2°/a/ le triangle BPA est rectangle en P donc les droites (PA) et (BP) sont perpendiculaires.
Et (BM) et (BP) désignent la même droite.

Les droites (PA) et (MN) sont perpendiculaires à la même droite (BP) donc (PA) et (MN) sont parallèles.

3. a. Puisque le côté [BN] s'agrandit en devenant le côté [AB] on a le coefficient d'agrandissement qui est $\frac{AB}{BN}$.
[AB] est le diamètre d'un cercle de rayon 6 (cm) et BN = 4 (cm) donc le coefficient d'agrandissement vaut $\frac{12}{4} = 3$

b. Puisque le coefficient d'agrandissement est 3 on obtient $BP = 3 \times BM = 3 \times 3,2 \text{ (cm)} = 9,6 \text{ (cm)}$

c. Aire de BMN $= \frac{BM \times MN}{2} = \frac{3,2 \times 2,4}{2} = 3,84 \text{ (cm}^2\text{)}$

Puisque le coefficient d'agrandissement est 3 on a

Aire de BPA $= 3^2 \times$ Aire de BMN donc

Aire de BPA $= 9 \times 3,84 = 34,56 \text{ (cm}^2\text{)}$

4. Puisque E est le milieu de [BN] on a
BE = 2 (cm) et on connaît BO = 6 (cm)

$\frac{BO}{BE} = \frac{6}{2} = 3$

D'autre part 3 est le coefficient d'agrandissement de [BM] en [BP] donc $\frac{BP}{BM} = 3$

Ainsi $\frac{BO}{BE} = \frac{BP}{BM}$ et les points B, N et O sont alignés dans le même ordre que les points B, M et P : d'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (PO) et (MN) sont parallèles.

5. $\frac{BN}{BO} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ (forme irréductible) ceci veut dire que N est situé aux deux tiers de [BO].

Considérons triangle BPK :

Puisque la droite (PO) recoupe (C) en K, le point O est le milieu du côté [PK].
La droite (BO) issue du sommet B et passant par le milieu O du côté [PK] est une médiane du triangle BPK ; puisque le point N est appartient à cette médiane en étant situé aux deux tiers de celle-ci, c'est le centre de gravité du triangle BPK.

La droite (PN) est issue du sommet P et passe par le point N centre de gravité du triangle PBK : c'est donc une autre médiane de ce triangle et elle coupe le côté [BK] en son milieu I.
Ainsi I est le milieu de [BK].