Activités numériques : 12 points

Exercice 1 :

$A = \frac{9}{14} - \frac{2}{7} \times 5$

$A = \frac{9}{14} - \frac{10}{7}$

$A = \frac{9}{14} - \frac{20}{14}$

$\boxed{\mathbf{A = -\frac{11}{14}}}$

$B = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{9}}$

$B = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{9}}$

$B = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}$

$\boxed{\mathbf{B = \frac{2}{3}}}$

Exercice 2 :

1. $C = 9x^2 - 12x + 4 + 3x^2 + 9x - 2x - 6$
$C = 9x^2 + 3x^2 - 12x + 7x + 4 - 6$
$C = 12x^2 - 5x - 2$

2. Factorisation : le facteur commun est $(3x - 2)$
$C = (3x - 2)\,[(3x - 2) + (x + 3)]$
$C = (3x - 2)\,(3x - 2 + x + 3)$
$C = (3x - 2)\,(4x + 1)$

3. $(3x - 2)\,(4x + 1) = 0$.
Un produit de facteurs est nul si (et seulement si) l'un au moins de ses facteurs est nul.
$3x - 2 = 0$ ou $4x + 1 = 0$
$3x = 2$ ou $4x = -1$
$x = \frac{2}{3}$ ou $x = -\frac{1}{4}$

Les solutions de l'équation sont $-\frac{1}{4}$ et $\frac{2}{3}$.

Exercice 3 :

1.

Nombre de tours effectués	310	320	330	340	350	360
Effectifs	4	4	5	7	3	2
Effectifs cumulés croissants	4	8	13	20	23	25

2. L'effectif total est de 25. La moitié est donc 12,5. Cette valeur de l'effectif est atteinte et dépassée pour un nombre de tours de **320** qui est alors la **valeur médiane** de cette série. D'autre part, les valeurs de la série vont de 310 à 360 tours, ce qui représente une **étendue de 50.**

3. Moyenne de la série :

$M = \frac{310 \times 4 + 320 \times 4 + 330 \times 5 + 340 \times 7 + 350 \times 3 + 360 \times 2}{25}$

$M = \frac{1240 + 1280 + 1650 + 2380 + 1050 + 720}{25}$

$M = \frac{8320}{25}$ $M = 332,8$

La moyenne est de 333 tours (arrondie à l'unité).

Activités géométriques : 12 points

<u>Exercice 1</u> :

1. Calculer la longueur MN.
   Dans le triangle MNF rectangle en F, on applique le théorème de Pythagore :
   $MN^2 = FM^2 + FN^2$
   $MN^2 = 3^2 + 4^2$
   $MN^2 = 9 + 16$
   $MN^2 = 25$ d'où $MN = \sqrt{25}$
   $\boxed{\textbf{MN = 5 cm.}}$

2. Le triangle FNM est rectangle en F, son aire se calcule donc par :
   $A = \dfrac{FN \times FM}{2} = \dfrac{4 \times 3}{2} = \dfrac{12}{2} = 6$
   L'aire du triangle FNM est bien égale à 6 cm².

3. Calcul du volume de la pyramide (P) de sommet B et de base le triangle FNM.
   La hauteur de cette pyramide est la longueur BF.
   La formule du volume d'une pyramide nous donne : $V = \dfrac{1}{3}*B*H$
   Ici, on a B = 6 cm² et H = 3 cm
   D'où $V = \dfrac{1}{3} \times 6 \times 3$ V= 6 .
   La pyramide (P) de sommet B et de base le triangle FNM a donc un volume de 6 cm^3.

4. **a.** Le solide ABCDENMGH obtenu en enlevant la pyramide (P) au parallélépipède rectangle possède 7 faces.

   b. Son volume se calcule par différence du volume du parallélépipède rectangle ABCDEFGH et du volume de la pyramide (P).
   Volume de ABCDEFGH : $V_1 = FE \times FG \times FB$ $V_1 = 12 \times 9 \times 3$ $V_1 = 324$ cm^3
   Volume du solide : $V_1 - V = 324 - 6 = 318$.
   Le solide ABCDENMGH a un volume de 318 cm^3.

<u>Exercice 2</u> :

1. Dans le triangle AMN, le point B $\in$ [AM] et le point C $\in$ [AN], les droites (AM) et (BC) sont parallèles.
   D'après le théorème de Thalès, on peut écrire :
   $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN} = \dfrac{BC}{MN}$ Soit $\dfrac{2{,}4}{AM} = \dfrac{5{,}2}{7{,}8} = \dfrac{BC}{4{,}5}$
   Calcul de AM : $\dfrac{2{,}4}{AM} = \dfrac{5{,}2}{7{,}8}$ ➔ $AM = \dfrac{2{,}4 \times 7{,}8}{5{,}2}$ ➔ $\boxed{\textbf{AM = 3,6 cm}}$.
   Calcul de BC : $\dfrac{5{,}2}{7{,}8} = \dfrac{BC}{4{,}5}$ ➔ $BC = \dfrac{5{,}2 \times 4{,}5}{7{,}8}$ ➔ $\boxed{\textbf{BC = 3 cm.}}$

2. Les droites (BR) et (CP) sont sécantes en A, les points B, A, R et C, A, P sont alignés dans le même ordre.
   D'une part, $\dfrac{AB}{AR} = \dfrac{2{,}4}{1{,}2} = 2$;
   D'autre part $\dfrac{AC}{AP} = \dfrac{5{,}2}{2{,}6} = 2$;
   donc $\dfrac{AB}{AR} = \dfrac{AC}{AP}$.
   D'après la réciproque du théorème de Thalès, on peut conclure que les droites **(BC) et (PR) sont parallèles.**

Problème : 12 points

1. Calculons le prix payé par Pierre *(7h30 de connections)* :

Formule A : $20 + 2 \times 7{,}5 = 20 + 15$
$= 35$ €

Formule B : $4 \times 7{,}5 = 30$ €

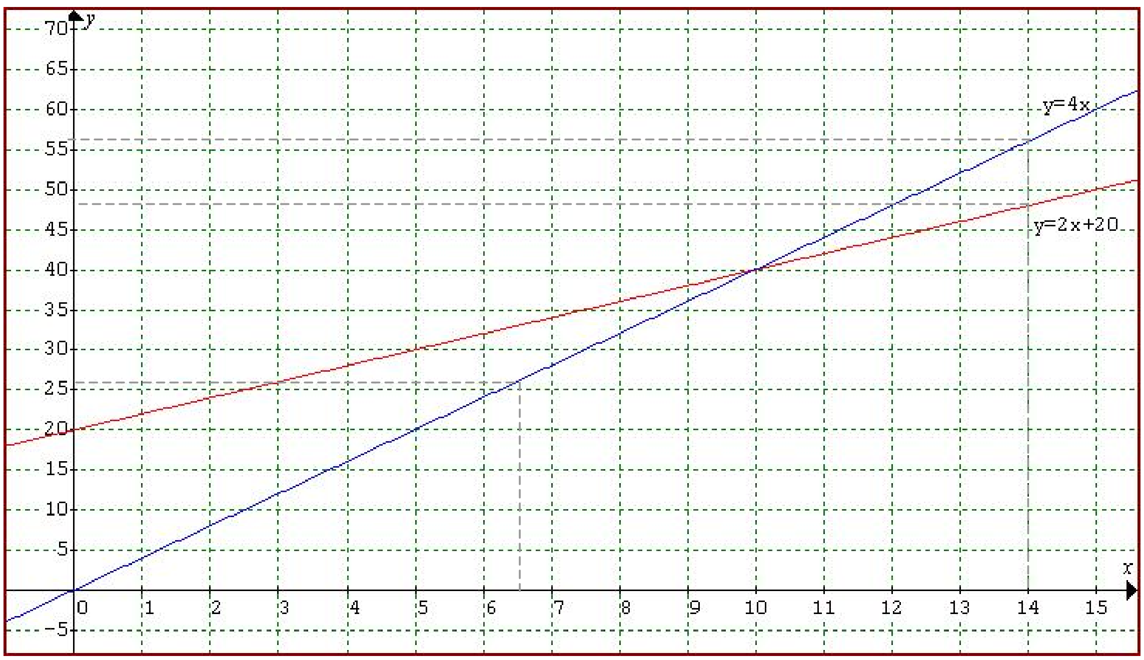
Calculons ensuite le prix payé par Annie *(15 h de connections)* :

Formule A : $20 + 2 \times 15 = 20 + 30 = 50$ €

Formule B : $4 \times 15 = 60$ €
D'après ces résultats, Pierre a intérêt à choisir la formule B, tandis que Annie doit choisir la formule A.

2. Si P_A et P_B sont les prix à payer respectivement dans les formules A et B, alors :
$P_A = 2x + 20$ $\quad\quad$ $P_B = 4x$

3.Tracé des graphiques représentant les fonctions f et g :



4. a. D'après le graphique précédent, on voit que si Coralie a payé 26 € avec la formule B, elle s'est donc connectée 6 h30 min.

b. De même, si Pierre se connecte 14 h, il paiera 48 € avec la formule A et 56 € avec la formule B.

5. Résolution de l'inéquation : $4x \leq 2x + 20.$

$$\begin{aligned} 4x - 2x &\leq 20 \\ 2x &\leq 20 \\ x &\leq \frac{20}{2} \\ x &\leq 10 \end{aligned}$$

Cette inéquation permet de déterminer le nombre d'heures de connections pour lequel le tarif B est plus avantageux que le tarif A.
Ici, l'on voit que le tarif B est plus avantageux en dessous de 10 h de connections.