Activités numériques : 12 points

Dans toutes cette partie, les résultats des calculs demandés doivent être accompagnés d'explications. Le barème en tiendra compte.

Exercice 1 :

1. Ecrire A sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers naturels, b étant le plus petit possible :

$$A = 2\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + \sqrt{20}$$

2. calculer l'expression suivante B et donner son écriture scientifique :

$$B = \frac{150 \times 10^{3} \times 8 \times 10^{5}}{6 \times 10^{7}}$$

Exercice 2 :

On considère l'expression $C = (2x + 5)^2 - (x + 3)(2x + 5)$

1. Développer et réduire C.

2. Factoriser C

3. Résoudre l'équation $(2x + 5)(x + 2) = 0$

4. Calculer l'expression C pour $x = -\frac{2}{3}$ (on mettra le résultat sous la forme d'une fraction irréductible).

Exercice 3 :

1. Résoudre le système suivant $\begin{cases} 4x + 3y = 206 \\ 2x + 2y = 114 \end{cases}$

2. Lors d'un spectacle, la famille A, composée de 4 adultes et de 3 enfants, a payé 206 euros.
Pour le même spectacle, la famille B, composée de 2 adultes et de 2 enfants, a payé 114 euros.
Combien paiera la famille C, sachant qu'elle est composée de 3 adultes et de 2 enfants ?

Activités géométriques : 12 points

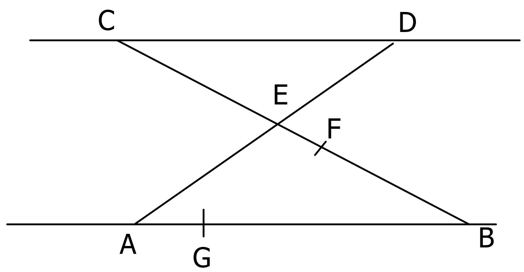
<u>Exercice 1</u> :

L'unité est le centimètre,

Dans la figure ci-dessous, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Les droites (AD) et (BC) se coupent en E.
On donne DE = 6, AE = 10, AB = 20 et BE = 16.

Les deux figures de cette page ne sont pas réalisées en vraie grandeur.
Elles ne sont pas à reproduire.

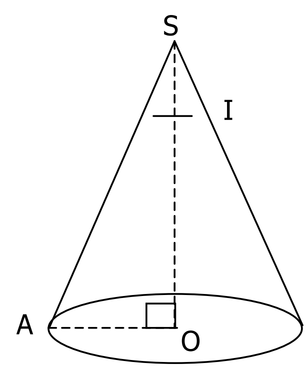


1. Calculer la distance CD.

2. Les points F et G appartiennent respectivement aux segments [BC] et [AB].
Ils vérifient : BF = 12,8 et BG = 16. Montrer que les droites (FG) et (AE) sont parallèles.

<u>Exercice 2</u>

On considère le cône ci-contre de sommet S et dont la base est le disque de rayon [OA].
Ce cône a pour hauteur SO = 8 cm et pour génératrice SA = 10 cm.
I est un point du segment [SO] tel que SI = 2 cm.



1. Montrer que OA = 6 cm.

2. Montrer que la valeur exacte du volume V du cône est égale à 96 π cm^3. Donner la valeur arrondie au mm^3 près.

3. Déterminer, au degré près, la mesure de l'angle $\widehat{ASO}$.

4. On coupe ce cône par un plan parallèle à sa base et passant par le point I.
La section obtenue est un disque de centre I, réduction du disque de base.
a. Déterminer le rapport k de cette réduction.

b. Soit V ' le volume du cône de sommet S et de base le disque de centre I. Exprimer V ' en fonction de V, puis donner la valeur arrondie de V ' au mm^3 près.

<u>Exercice 3</u>

Sur la figure de la feuille annexe (à rendre avec la copie), sont représentés 8 hexagones réguliers. Les constructions demandées dans cet exercice doivent être effectuées directement sur cette feuille annexe.

1. Construire le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

2. Construire le point Q, symétrique de H par rapport à la droite (BE).

3. Construire le point P, image du point C par la rotation de centre E et d'angle 60° dans le sens des aiguilles d'une montre.

Problème : 12 points

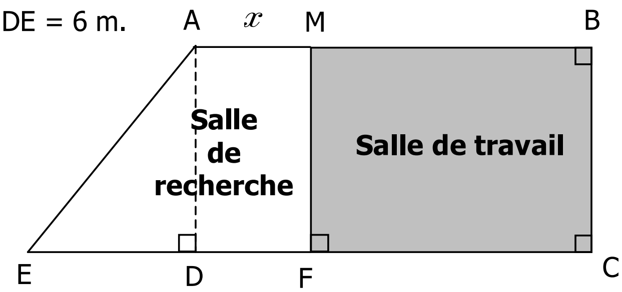
Les parties 1 et 2 sont indépendantes.

La figure ci-dessous est une vue de la surface au sol du C.D.I. d'un collège. Ce C.D.I. doit être réaménagé en deux parties distinctes : une salle de recherche et une salle de travail.

ABCE est un trapèze rectangle tel que AB = 9 m, BC = 8 m et DE = 6 m.
M est un point du segment [AB].
On pose AM = x

(x est une distance exprimée en mètre : $0 \leqslant x \leqslant 9$).

Rappel :
l'aire d'un trapèze de hauteur h, de bases b et B,
est donnée par $a = \dfrac{h(b + B)}{2}$



Partie 1.

La documentaliste souhaite que l'aire de la salle de travail soit égale à celle de la salle de recherche.

1. Dans cette question, uniquement, on suppose : x = 1. Calculer l'aire de trapèze AMFE (salle de recherche), et l'aire du rectangle MBCF (salle de travail).

2. a. Exprimer, en fonction de x, l'aire du trapèze AMFE.

b. Exprimer, en fonction de x, l'aire du rectangle MBCF.

3. On se propose de représenter graphiquement cette situation à l'aide de deux fonctions affines f et g.
f est définie par : $f(x) = -8x + 72$
g est définie par : $g(x) = 8x + 24$
Sur la feuille de papier millimétrée, construire un repère orthogonal :
- l'origine sera placée en bas à gauche,
- en abscisse, on prendra 2 cm pour 1 unité (2 cm pour 1 m),
- en ordonnée, on prendra 1 cm pour 4 unités (1 cm pour 4 m^2).

Représenter les fonctions affines f et g, pour $0 \leqslant x \leqslant 9$.

4. a. En utilisant le graphique, indiquer la valeur de x pour laquelle $f(x) = g(x)$, ainsi que l'aire correspondante. Mettre en évidence ces valeurs sur le graphique (pointillés, couleurs...).

b. Retrouver les résultats précédents par le calcul.

PARTIE 2

Dans cette partie, on pose $x = 3,5$.

1. Donner en cm, les dimensions de la salle de travail MBCF.

2. On souhaite recouvrir le sol de la salle de travail à l'aide d'un nombre entier de dalles carrées identiques, de côté **c** entier le plus grand possible.

a. Expliquer pourquoi **c** est le PGCD de 800 et 550.

b. Calculer la valeur de **c**, en indiquant la méthode utilisée.

c. Combien de dalles sont nécessaires pour recouvrir le sol de la salle de travail ?

3. Les dalles coûtent 13,50 € le mètre carré.
Quelle somme devra-t-on payer pour acheter le nombre de dalles nécessaire ?