I – ACTIVITES NUMERIQUES

Exercice 1

1) A = $\frac{1}{3}+\frac{5}{6}\div\frac{3}{2} = \frac{1}{3}+\frac{5}{6}\times\frac{2}{3} = \frac{1}{3}+\frac{10}{18} = \frac{1}{3}+\frac{5}{9} = \frac{3}{9}+\frac{5}{9} = \frac{8}{9}$

2) B = $50\sqrt{45}-3\sqrt{5}+6\sqrt{125} = 50\sqrt{9\times5}-3\sqrt{5}+6\sqrt{25\times5}$
$= 50\times3\sqrt{5}-3\sqrt{5}+6\times5\sqrt{5} = 150\sqrt{5}-3\sqrt{5}+30\sqrt{5} = 177\sqrt{5}$

3) C = $\frac{5\times10^{-2}\times7\times10^{5}}{2\times10^{7}} = \frac{35\times10^{3}}{2\times10^{7}} = 17{,}5\times10^{-4} = 1{,}75\times10^{-3}$

Exercice 2

1) D = $(2x+3)^2+(2x+3)(7x-2) = (2x)^2+2\times2x\times3+3^2+14x^2-4x+21x-6 = 4x^2+12x+9+14x^2+17x-6 = 18x^2+29x+3$

2) D = $(2x+3)^2+(2x+3)(7x-2) = (2x+3)\,[(2x+3)+(7x-2)]$
$= (2x+3)(2x+3+7x-2)$
$= (2x+3)(9x+1)$

3) D = $(2x+3)(9x+1) = (2\times(-4)+3)(9\times(-4)+1) = (-8+3)(-36+1) = -5\times(-35) = 175$

4) Si un produit de facteurs est nul alors au moins l'un des facteurs est nul.
Donc, résoudre l'équation $(2x+3)(9x+1) = 0$ signifie que :

$2x+3=0$ ou $9x+1=0$

$2x=-3$ ou $9x=-1$

$x=-\frac{3}{2}$ ou $x=-\frac{1}{9}$

Les solutions de cette équation sont $-\frac{3}{2}$ et $-\frac{1}{9}$.

Exercice 3

1) Le nombre de sucettes et de bonbons devant être identique, ce nombre est donc un diviseur commun de 84 et 147.
Puisque l'on cherche le nombre maximum de personnes qui pourront en bénéficier, on cherche donc le PGCD des nombres 84 et 147.
On utilise l'algorithme d'Euclide.
$147 = 1\times84+63$
$84 = 1\times63+21$
$63 = 3\times21+0$
Le dernier reste non nul est 21 donc PGCD (84 ; 147) = 21.
Donc 21 personnes au maximum pourront bénéficier de ces friandises.

2) $\frac{84}{21}=4$ et $\frac{147}{21}=7$ donc chaque personne aura 4 sucettes et 7 bonbons.

Exercice 4

1) On utilise la méthode de résolution par combinaison :

$$\begin{cases} 8x+3y=39{,}5 \\ 7x+9y=50{,}5 \end{cases} \quad \begin{cases} 24x+9y=118{,}5 \\ 7x+9y=50{,}5 \end{cases} \quad \begin{cases} 17x=68 \\ 7x+9y=50{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\dfrac{68}{17}=4 \\ 7x+9y=50{,}5 \end{cases} \quad \begin{cases} x=4 \\ 7\times 4+9y=50{,}5 \end{cases} \quad \begin{cases} x=4 \\ 9y=50{,}5-28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4 \\ y=\dfrac{22{,}5}{9} \end{cases} \quad \begin{cases} x=4 \\ y=2{,}5 \end{cases}$$

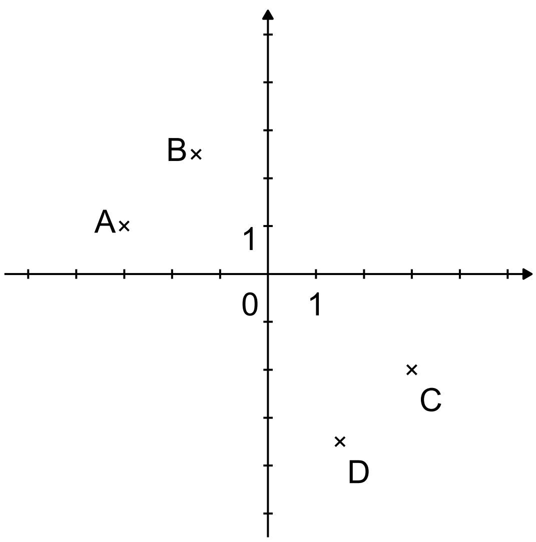
Le couple solution du système est le couple (4 ; 2,5).

2) Soit x le prix d'un ticket adulte et y le prix d'un ticket enfant.
Le couple (x , y) est solution du système : $\begin{cases} 8x+3y=39{,}5 \\ 7x+9y=50{,}5 \end{cases}$.
Ce système a été résolu dans la question 1) donc $x = 4$ et $y = 2{,}5$.
Un ticket adulte coûte donc 4 € et un ticket enfant 2,50 €.

II – ACTIVITES GEOMETRIQUES

Exercice 1

1)



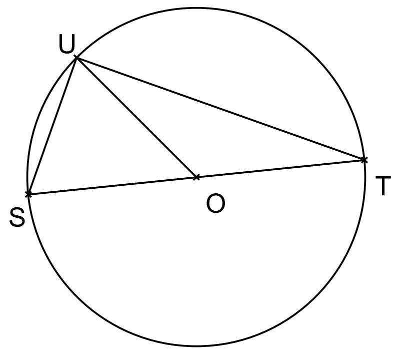
2) AC = $\sqrt{(xC-xA)^2+(yC-yA)^2} = \sqrt{(3-(-3))^2+(-2-1)^2} = \sqrt{6^2+(-3)^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45}$

3) Dans le triangle ABC on a :
$AC^2 = (\sqrt{45})^2 = 45$
$AB^2 + BC^2 = (\sqrt{4{,}5})^2+(\sqrt{40{,}5})^2 = 4{,}5 + 40{,}5 = 45$
On constate que $AC^2 = AB^2 + BC^2$
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC et rectangle en B.

4) Voir figure.
5) D est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$, donc $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ et par conséquent ABCD est un parallélogramme.
On sait de plus que le triangle ABC est rectangle en B, or, un parallélogramme qui possède un angle droit est un rectangle, donc ABCD est un rectangle.

Exercice 2

1)



2) Le triangle STU est inscrit dans le demi-cercle de diamètre [ST].
Or, si un triangle est inscrit dans un demi-cercle dont un diamètre est l'un des côtés, alors il est rectangle.
Donc le triangle STU est rectangle en U.

3) Dans le triangle STU rectangle en U: $\sin \widehat{STU} = \dfrac{SU}{ST} = \dfrac{3}{7}$
$\widehat{STU} \approx 25{,}4°$

4) L'angle $\widehat{SOU}$ est l'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{STU}$.
L'angle $\widehat{SOU}$ mesure donc le double de l'angle $\widehat{STU}$.
Donc $\widehat{SOU} \approx 50{,}8°$

Exercice 3 :

1) Dans le triangle OAB rectangle en O : $\tan \widehat{OAB} = \dfrac{OB}{OA}$
$\tan 60° = \dfrac{OB}{3\sqrt{3}}$
$OB = \tan 60° \times 3\sqrt{3}$
OB = 9 cm

2) $\dfrac{OD}{OA} = \dfrac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \dfrac{1}{3}$ et $\dfrac{OC}{OB} = \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3}$

Les points A, O, D d'une part et B, O, C d'autre part sont alignés dans le même ordre, et $\dfrac{OD}{OA} = \dfrac{OC}{OB}$, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

III – PROBLEME

Partie A

1) a) Les droites (AE) et (BF) sont sécantes en S.
De plus les droites (EF) et (AB) sont parallèles.
Donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SB} = \frac{EF}{AB}$$

$$\frac{3}{12} = \frac{SF}{SB} = \frac{EF}{9}$$

$$\text{EF} = \frac{9\times 3}{12} = \frac{27}{12} = 2{,}25$$

Donc EF = 4 cm.

b) Dans le triangle SAB rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$SB^2 = SA^2 + AB^2$
$SB^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225$
$SB = \sqrt{225} = 15$

Donc SB = 15 cm

2) a) $V_{SABCD} = \frac{1}{3}\times(\mathit{aire\ de\ la\ base})\times \mathit{hauteur} = \frac{1}{3}\times 9^2\times 12 = \frac{81\times 12}{3} = \frac{972}{3} = 324$

Donc $V_{SABCD} = 324\ cm^3$.

b) Le coefficient de réduction est égal à $\frac{SE}{SA}$, donc à $\frac{3}{12}$ c'est à dire $\frac{1}{4}$.

c) Dans une réduction de coefficient $\frac{1}{4}$ les volumes sont multipliés par $(\frac{1}{4})^3$.

Donc $V_{SEFGH} = (\frac{1}{4})^3 \times V_{SABCD} = (\frac{1}{4})^3 \times 324 = \frac{324}{64} = 5{,}0625$

Donc $V_{SEFGH} \approx 5\ cm^3$.

Partie B

1) Les droites (AM) et (BN) sont sécantes en S.
De plus les droites (MN) et (AB) sont parallèles.
Donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{MN}{AB}$$

$$\frac{x}{12} = \frac{SN}{SB} = \frac{MN}{9}$$

$$\text{MN} = \frac{9\times x}{12} = \frac{9x}{12} = 0{,}75x$$

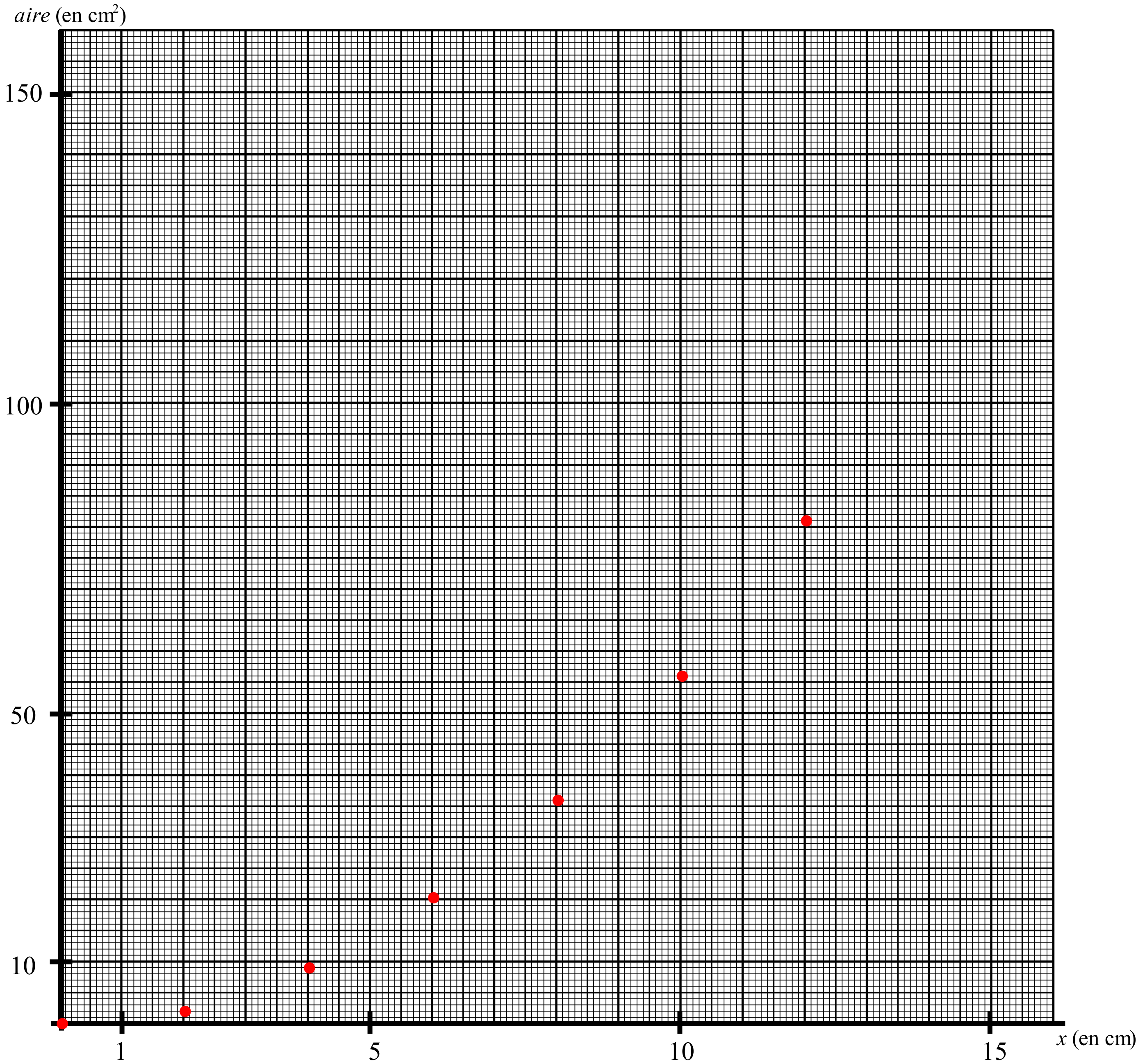
Donc MN = 0,75x.

2) MNPQ est un carré de côté 0,75x, donc $A(x) = c^2 = MN^2 = (0{,}75\,x)^2 = 0{,}5625\,x^2$.

3)

x : longueur SM en cm	0	2	4	6	8	10	12
A(x) : aire du carré MNPQ	0	2,25	9	20,25	36	56,25	81

4)



5) Les points ne sont pas alignés avec l'origine du repère, donc l'aire de MNPQ n'est pas proportionnelle à la longueur SM.