

Activité Numériques
sur 12 points

Exercice 1 :

$$\begin{aligned} 1. A &= \frac{3 - \frac{2}{3}}{\frac{4}{3} \times 7} \\ &= \frac{\frac{9}{3} - \frac{2}{3}}{\frac{28}{3}} \\ &= \frac{\frac{7}{3}}{\frac{28}{3}} \\ &= \frac{7}{3} \times \frac{3}{28} \\ &= \frac{7 \times 3}{3 \times 7 \times 4} \\ A &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. B &= \sqrt{300} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{12} \\ &= \sqrt{3 \times 100} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{4 \times 3} \\ &= \sqrt{100} \times \sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 3 \times \sqrt{4} \times \sqrt{3} \\ &= 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 6\sqrt{3} \\ B &= 12\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. C &= \frac{49 \times 10^3 \times 6 \times 10^{-10}}{14 \times 10^{-2}} \\ &= \frac{49 \times 6}{14} \times \frac{10^{3-10}}{10^{-2}} \\ &= \frac{7 \times 7 \times 3 \times 2}{7 \times 2} \times 10^{-7+2} \\ &= 21 \times 10^{-5} \\ &= 2,1 \times 10 \times 10^{-5} \\ C &= 2,1 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

Exercice 2 :

$$\begin{aligned} 1. D &= (2x - 3)(5 - x) + (2x - 3)^2 \\ &= 2x \times 5 - 2x \times x - 3 \times 5 + 3 \times x + (2x)^2 - 2 \times 3 \times 2x + 3^2 \\ &= 10x - 2x^2 - 15 + 3x + 4x^2 - 12x + 9 \\ \mathbf{D} &= \mathbf{2x^2 + x - 6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. D &= (2x - 3)(5 - x) + (2x - 3)^2 \\ &= \underline{(2x - 3)(5 - x)} + \underline{(2x - 3)(2x - 3)} \\ &= (2x - 3)[(5 - x) + (2x - 3)] \\ &= (2x - 3)(5 - x + 2x - 3) \\ \mathbf{D} &= \mathbf{(2x - 3)(x + 2)} \end{aligned}$$

$$3. (2x - 3)(x + 2) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si l'un au moins des facteurs est nul.

$$\begin{array}{l} 2x - 3 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 2 = 0 \\ 2x = 3 \quad \text{ou} \quad x = -2 \\ x = \frac{3}{2} \end{array}$$

Les solutions de cette équation sont : -2 et $\frac{3}{2}$.

Exercice 3 :

1. Résolvons ce système par combinaison (ou addition) :

$$\begin{cases} 6x + 5y = 57 \\ 3x + 7y = 55,5 \quad (\times -2) \\ \hline 6x + 5y = 57 \\ -6x - 14y = -111 \end{cases}$$

On additionne membres à membres :

$$6x - 6x + 5y - 14y = 57 - 111$$

$$\text{soit } -9y = -54$$

$$y = \frac{54}{9}$$

$$y = 6$$

On reporte $y = 6$ dans l'équation $6x + 5y = 57$:

$$6x + 30 = 57$$

$$\text{soit } 6x = 27$$

$$x = \frac{27}{6}$$

$$x = \frac{9}{2} = 4,5$$

Le couple (4,5 ; 6) est solution du système d'équations.

2. Soit x le prix d'une boîte et y celui d'un album.

Léa achète 6 boîtes et 5 albums et paie 57 € se traduit par : $6x + 5y = 57$.

Hugo achète 3 boîtes et 7 albums et paie 55,50 € se traduit par : $3x + 7y = 55,5$

On retrouve le système de la question 1. donc $x = 4,5$ et $y = 6$.

Le prix d'une boîte est 4,5 €, celui d'un album 6 €

Activités Géométriques
sur 12 points

Exercice 1 :

1. Dans les triangles CAB et CGF :

- les points A, C, F et B, C, G sont alignés dans le même ordre
- Les droites (AB) et (GF) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès : $\frac{CA}{CF} = \frac{CB}{CG} = \frac{AB}{GF}$ donc $\frac{CA}{8,4} = \frac{CB}{11,2} = \frac{3}{11,2}$

Par conséquent $CA = \frac{3 \times 8,4}{11,2} = \mathbf{2,25 \text{ cm}}$.

2. Dans les triangles FED et FGC :

- les points F, E, G et F, D, C sont alignés dans le même ordre

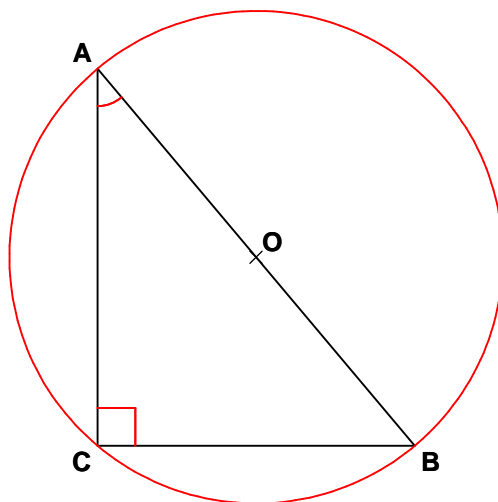
De plus $\frac{FD}{FC} = \frac{6,3}{8,4} = 0,75$ et $\frac{FE}{FG} = \frac{8,4}{11,2} = 0,75$

Donc $\frac{FD}{FC} = \frac{FE}{FG}$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, **les droites (DE) et (CG) sont parallèles.**

Exercice 2 :

1.



2. Dans le triangle ABC rectangle en C on a

$$\begin{aligned} \tan \widehat{BAC} &= \frac{BC}{AC} \text{ soit } BC = AC \tan \widehat{BAC} \\ &= 5 \tan 40^\circ \\ BC &= \mathbf{4,2 \text{ cm au millimètre près.}} \end{aligned}$$

3.

a. Le cercle circonscrit à un triangle rectangle a pour diamètre son hypoténuse donc pour centre le milieu de l'hypoténuse.

Le centre O du cercle circonscrit au triangle ABC est donc le milieu du segment [BA].

b. Voir dessin.

4. Les angles \widehat{BAC} et \widehat{BOC} interceptent le même arc de cercle \widehat{BC} .
 \widehat{BOC} est l'angle au centre, \widehat{BAC} est l'angle inscrit donc $\widehat{BOC} = 2 \widehat{BAC}$
 Donc l'angle \widehat{BOC} a pour mesure 80° .

Exercice 3 :

1. ABCD est un rectangle donc le triangle ABD est un triangle rectangle en A
 Dans ABD rectangle A, d'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} BD^2 &= AB^2 + AD^2 \quad \text{soit } AD^2 = BD^2 - AB^2 \\ &= 25 - 9 \\ &= 16 \quad \quad \quad \text{soit } AD = \mathbf{4 \text{ cm.}} \end{aligned}$$

2. Volume de la pyramide SABCD en cm^3 :

$$\begin{aligned} V_{SABCD} &= \frac{1}{3} (\text{Aire de la base ABCD}) \times (\text{hauteur SO}) \\ &= \frac{1}{3} \times AB \times AD \times SO \\ &= \frac{1}{3} \times 3 \times 4 \times 6 \\ &= 24 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

3. a. Le plan passant par O' est parallèle à la base ABCD qui est un rectangle, la section A'B'C'D' est donc **un rectangle**.

b. La pyramide SA'B'C'D' est une réduction de la pyramide SABCD.

On a $SO' = \frac{1}{2}SO$ car O' est le milieu de [SO]

Le rapport de la réduction est donc $\frac{1}{2}$.

c. Volume de la pyramide SA'B'C'D' :

$$\begin{aligned} V_{SA'B'C'D'} &= \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times V_{SABCD} \\ &= \frac{1}{8} \times 24 \text{ soit } \quad \quad \quad V_{SA'B'C'D'} = \mathbf{3 \text{ cm}^3} \end{aligned}$$

Problème
sur 12 points

1. Yann est adhérent au club des sports de la station. Sachant qu'il a déjà payé sa cotisation annuelle, il bénéficie donc d'une réduction de 30 % sur le prix de chaque journée à 20 euros.

$$\text{Montant de la réduction : } 30 \times \frac{20}{100} = 6$$

Il devra payer $20 - 6$ soit **14 euros par journée de ski.**

2.

Nombre de jours de ski pour la saison 2004-2005	5	8	11
Coût en euros avec le tarif A	100	160	220
Coût en euros avec le tarif B	130	172	214

3. On appelle x le nombre de journée de ski durant la saison 2004-2005.

a. Avec le tarif A, chaque journée de ski coûte 20 euros donc : $C_A = 20x$

b. Avec le tarif B, la cotisation s'élève à 60 euros et chaque journée de ski coûte 14 euros donc : $C_B = 60 + 14x$

4. Yann adhérent au club on lui a donc appliqué le tarif B.

On doit résoudre l'équation : $242 = 60 + 14x$

$$14x = 242 - 60$$

$$x = \frac{182}{14}$$

$$x = 13.$$

Yann a donc skié 13 jours.

5. Soit $f : x \mapsto 20x$. f est une fonction linéaire. Sa représentation graphique est une droite d qui passe donc par l'origine du repère et par le point de coordonnées (11 ; 220).

Soit $g : x \mapsto 14x + 60$. g est une fonction affine. Sa représentation graphique est une droite d' qui passe donc par les points de coordonnées (0 ; 60) et (11 ; 214).

Voir graphique page suivante

6.

a. **Le tarif le plus avantageux est le tarif B (point d'abscisse 12 le plus bas). Le prix correspondant est 228 €**

b. Les deux droites se coupent au point d'abscisse 10 et d'ordonnée 200.
Chloé a donc prévu de faire 10 journées de ski et paiera 200 €

