(Afrique3 1995)

PARTIE NUMERIQUE

Exercice 1 : (5 points)

1) Calculer les nombres $A = \left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)^2$, $B = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2$ et $A-B$.

Donner les résultats sous forme fractionnaire. Vérifier que $A-B=\frac{2}{15}$.

2) Ecrire le nombre $C = 3\sqrt{75}+2\sqrt{3}-2\sqrt{48}$ sous la forme où a est un nombre entier.

Exercice 2 : (3 points)

On donne E = $x^2 + 2x - 3$

1) Vérifier que x = -3 est solution de cette équation.

2) Vérifier que : E = (x + 3)(x -1) et résoudre l'équation E = 0.

Exercice 3 : (5 points)

E = $(2x-5)^2 - (3x+1)^2$

1) Développer et réduire E.

2) Après avoir remarqué que E est du modèle $a^2 - b^2$, écrire E sous la forme d'un produit de 2 facteurs.

3) Calculer E lorsque $x = -1$, puis lorsque $x = 10^{-2}$.

4) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles $(5x - 4)(-x - 6) = 0$.

Exercice 4 : (2 points)

Dans un triangle ABC, l'angle $\widehat{A}$ est la moitié de l'angle $\widehat{B}$. L'angle $\widehat{B}$ est le tiers de l'angle $\widehat{C}$. Quelle est la mesure en degrés de l'angle $\widehat{A}$?

PARTIE GEOMETRIQUE

Exercice 1 : (5 points)

Le triangle ABC, rectangle en A, est représenté sur la figure 1.

Ce triangle fait un tour complet autour de la droite (AC).

Le résultat de ce déplacement est représenté sur la figure 2.

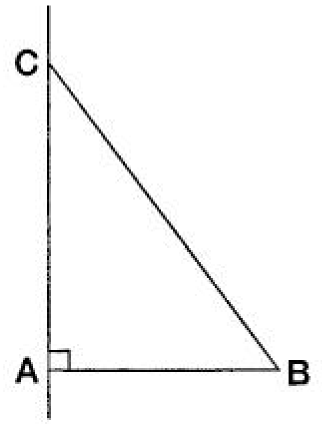


Figure 1

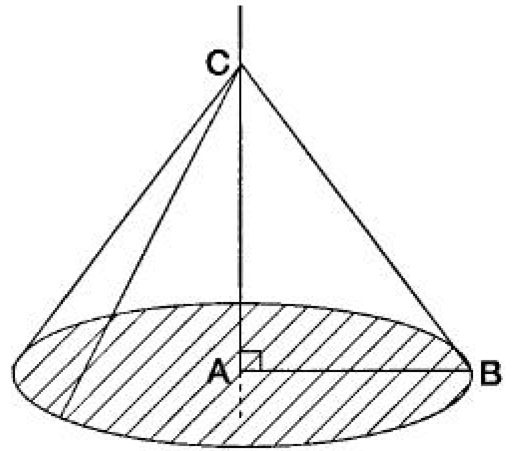


Figure 2

On donne :

AB = 6 cm ;

AC = 8 cm ;

BC = 10 cm.

1) a) Le point B décrit un cercle : préciser son centre et son rayon.

b) Calculer la longueur de ce cercle, arrondie à 0,1 cm près.

2) Le segment [AB] engendre un disque.

Calculer l'aire, arrondie au cm^2, de ce disque.

3) Le solide engendré par le triangle ABC est un cône de sommet C.

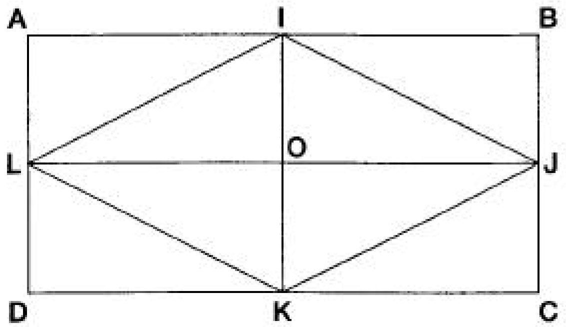
Donner la valeur approchée au cm^3 près par défaut de son volume.

Exercice 2 : (7 points)

ABCD est un rectangle de centre O.

I, J, K et L sont les milieux respectifs des segments [AB], [BC], [CD] et [DA].

AIOL, LOKD, IBJO, OJCK sont alors des rectangles et O le milieu des segments [LJ] et [IK].



1) a) Quel est le transformé du triangle AIL par la symétrie d'axe (IK)?

b) Quel est le transformé du triangle AIL par la symétrie de centre O ?

2) a) Etablir les égalités vectorielles : $\overrightarrow{AL} = \overrightarrow{IO}$; $\overrightarrow{LO} = \overrightarrow{OJ}$.

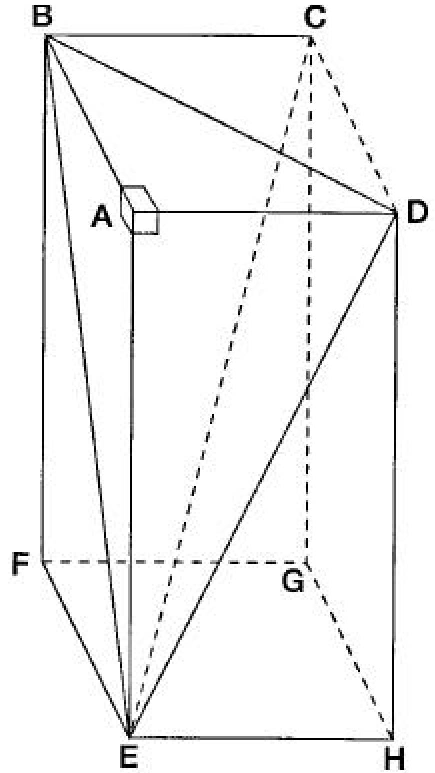
En déduire : $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AO}$.

b) Etablir les égalités vectorielles : $\overrightarrow{AL} = \overrightarrow{LD}$; $\overrightarrow{LO} = \overrightarrow{DK}$.

En déduire : $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{LK}$.

c) Quel est le transformé du triangle AIL dans la translation de vecteur $\overrightarrow{IJ}$?

PROBLEME (12 points)



Voici, représenté en perspective cavalière, un parallélépipède rectangle ou pavé droit ABCEFGH. La face ABCD est un carré de 3 cm de côté. On donne HD = 6 cm.

1) Déterminer les longueurs des segments [BD] et [DE].

On donnera les valeurs exactes de ces mesures.

2) Le triangle EDC est rectangle en D. Calculer la longueur exacte de son hypoténuse.

3) On considère la pyramide de sommet E et de base ABCD et de hauteur EA.

Montrer que son volume est 18 cm^3.

4) Compléter le patron de la pyramide EABCD représenté à la fin du problème.

5) On fabrique cette pyramide à partir du pavé droit. Quel est le volume perdu au cours de cette opération ?

6) La pyramide ainsi obtenue est une maquette à l'échelle 1/50 d'une pyramide réelle.

Calculer la hauteur, l'aire de la base et le volume de la pyramide réelle.

Voici l'ébauche d'un patron de la pyramide EABCD.