(Dijon 1995)

PARTIE NUMERIQUE

Exercice 1 : (4 points)

1) Ecrire sous forme d'une fraction irréductible : **Erreur !- Erreur !** × $\frac{45}{22}$.

2) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$, a et b étant deux nombres entiers, b le plus petit possible : $B = 2\sqrt{3} + \sqrt{75} - 6\sqrt{27}$; $C = 2\sqrt{3} \times \sqrt{6}$.

Exercice 2 : (4,5 points)

On donne l'expression : $D = (3x - 1)^2 - (3x - 1)(2x - 3)$.

1) Développer et réduire D.

2) Calculer la valeur numérique de D pour $x = -0{,}1$.

3) Factoriser D.

Exercice 3 : (3,5 points)

1) Résoudre le système d'équations d'inconnues x et y :

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ 40x + 35y = 910 \end{cases}$$

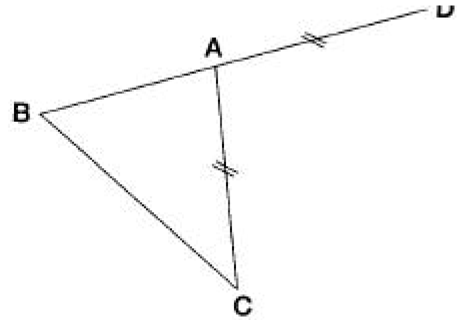
2) Antoine achète, à la foire de Dijon, une caisse de 24 bouteilles de vin. Ce carton contient des bouteilles de vin rouge à 40 F l'une et des bouteilles de vin blanc à 35 F l'une. Antoine ayant versé 1000 F, on lui rend 90 F.

a) Mettre le problème en équations.

b) Combien Antoine a-t-il acheté de bouteilles de chaque sorte ?

PARTIE GEOMETRIQUE

Exercice 1 : (7 points)



1) Faire un tracé exact de la figure ci-dessus sachant que :
BD = 10,5 cm ; AD = AC = 6 cm ; BC = 7,5 cm.

2) Quelle semble être la nature du triangle ABC ? Démontrez-le !

3) Par le point D, tracer la parallèle à la droite (BC) ; elle coupe la droite (AC) en E.
Calculez AE.

4) Construire le point F, transformé du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$. Quelle est la nature du quadrilatère ABFC ?
Justifiez votre réponse.

Exercice 2 : (5 points)

Dans un repère orthonorrnal, on considère les points :
A(5 ; 1) ; B(- 1 ; - 1) ; C(0 ; 6).

1) Déterminer les coordonnées du point M, milieu du segment [AB].

2) Calculer AC (on donnera la valeur exacte sous la forme $a\sqrt{b}$). On trouverait de même que $BC = 5\sqrt{2}$ et $AB = 2\sqrt{10}$.

3) Quelle est la nature du triangle ABC ?

PROBLEME (12 points)

Les unités sont le centimètre et ses unités associées : cm^2, cm^3.

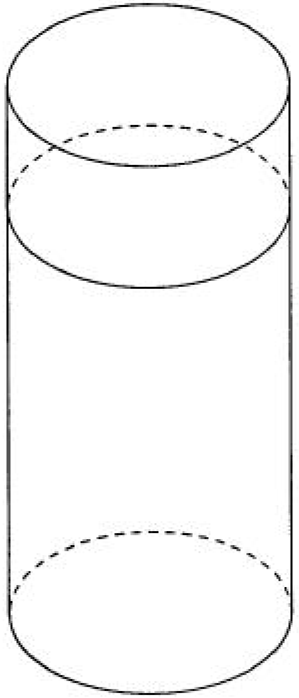


Figure 1

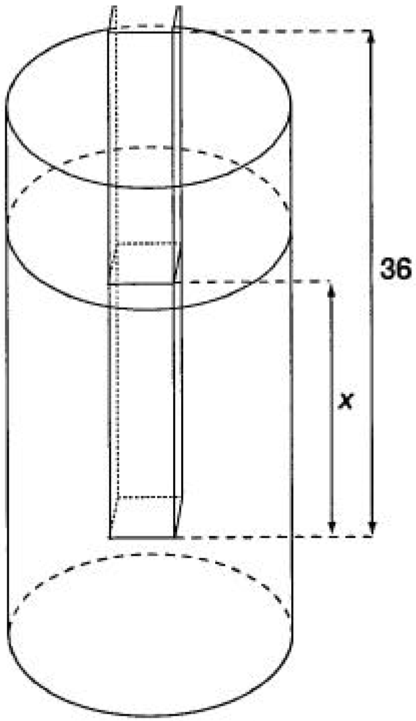


Figure 2

Un récipient cylindrique a un volume de 1500 cm^3 et contient 1 litre = 1000 cm^3 d'eau, ce qui le remplit jusqu'aux $\frac{2}{3}$ de sa hauteur.

1) Une barre a la forme d'un parallélépipède rectangle. L'aire de sa base est de 16 cm^2 et sa hauteur est de 36 cm. Calculer le volume de la barre.

2) On plonge cette barre, verticalement, dans le récipient et on appelle x la hauteur de la partie immergée de la barre. En observant la figure 2 on remarque que $0 \leq x \leq 36$.

a) Calculer, en fonction de x, le volume V_1 de la partie immergée de la barre.

b) Montrer que le volume V_2 de la partie immergée de la barre et de l'eau est donnée par $V_2 = 16x + 1000$.

c) Calculer V_2 pour $x = 25$.

d) Représenter graphiquement le volume V_2 en fonction de x. On prendra :

- 5 mm comme unité graphique sur l'axe des abscisses (5 mm représentent donc une variation d'une unité de x) ;
- 1 cm pour représenter 100 cm^3 de V_2 sur l'axe des ordonnées.

3) On se propose d'étudier ce qui se passe lorsqu'on continue d'enfoncer verticalement la barre dans l'eau. On suppose que la hauteur du récipient est 40 cm. Il y a alors trois possibilités.

Première possibilité : avant que l'eau ne déborde du récipient et que la barre soit entièrement immergée, celle-ci bute sur le fond du récipient.

Deuxième possibilité : avant que l'eau ne déborde, la barre est entièrement immergée dans l'eau.

Troisième possibilité : à un moment donné, l'eau va déborder du récipient.

a) Combien vaut V_2 lorsque le récipient se met à déborder ? Lire sur le graphique la valeur approximative correspondante de x.

Calculer la valeur exacte de x en résolvant l'équation :

$16x + 1\,000 = 1\,500$.

b) En déduire laquelle des trois possibilités est conforme à la réalité.