(Grenoble 1995)

PARTIE NUMERIQUE

Exercice 1 : (4 points)

1) Calculer et mettre sous forme de fraction irréductible, en précisant les calculs intermédiaires :

$A = \frac{2}{5} - 1{,}2$; $B = \frac{3}{5} : 7$; $C = 2 - 3 \times \frac{4}{21}$.

2) Ecrire D sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux nombres entiers :

$D = 5\sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{27}$.

Exercice 2 : (4,5 points)

Voici un programme de calculs :

1. Soit x un nombre de départ ;
2. prendre son triple et ajouter 2 ;
3. prendre le carré du résultat obtenu et ôter 9 ;
4. soit E le nombre obtenu.

1) Effectuer ce programme pour $x = 1$.
Quel est le nombre obtenu ?

2) Soit E = $(3x + 2)^2 - 9$.

a) Développer et réduire E.

b) Factoriser E.

c) Résoudre l'équation : $(3x - 1)(3x + 5) = 0$.

Exercice 3 : (3,5 points)

1) Résoudre le système :

$$\begin{cases} x + 3y = 30{,}50 \\ 2x + y = 21 \end{cases}$$

2) A la pâtisserie, Paul a acheté 1 éclair et 3 millefeuilles et a payé 30,50 F. Pierre qui a acheté 2 éclairs et 1 millefeuille a payé 21 F.

Pour fêter son anniversaire, Jeanne achète dans cette pâtisserie 8 éclairs et 10 millefeuilles.

Combien va-t-elle dépenser ?

PARTIE GEOMETRIQUE

Exercice 1 : (5 points)

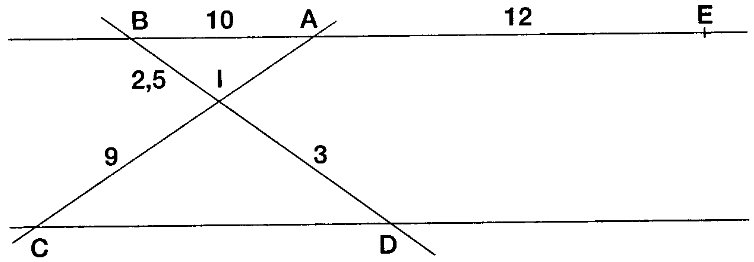
Le triangle ABC est un triangle rectangle en B tel que :

$\widehat{BCA} = 60°$ et BC = 3 cm.

1) Construire la figure en vraie grandeur sur votre feuille.
2) Calculer la longueur AB à 1 mm près.
3) Placer le point D tel que : $\vec{AD} = \vec{BC}$
4) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier.

Exercice 2 : (3,5 points)

La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur. Les droites (AB)et (CD) sont parallèles.



Les dimensions de la figure sont les suivantes :

IB = 2,5 ; AB = 10 ; ID = 3 ; AE = 12 ; IC = 9.

1) Calculer IA et CD.

2) Les droites (AI) et (DE) sont-elles parallèles ? Justifier.

Exercice 3 : (3,5 points)

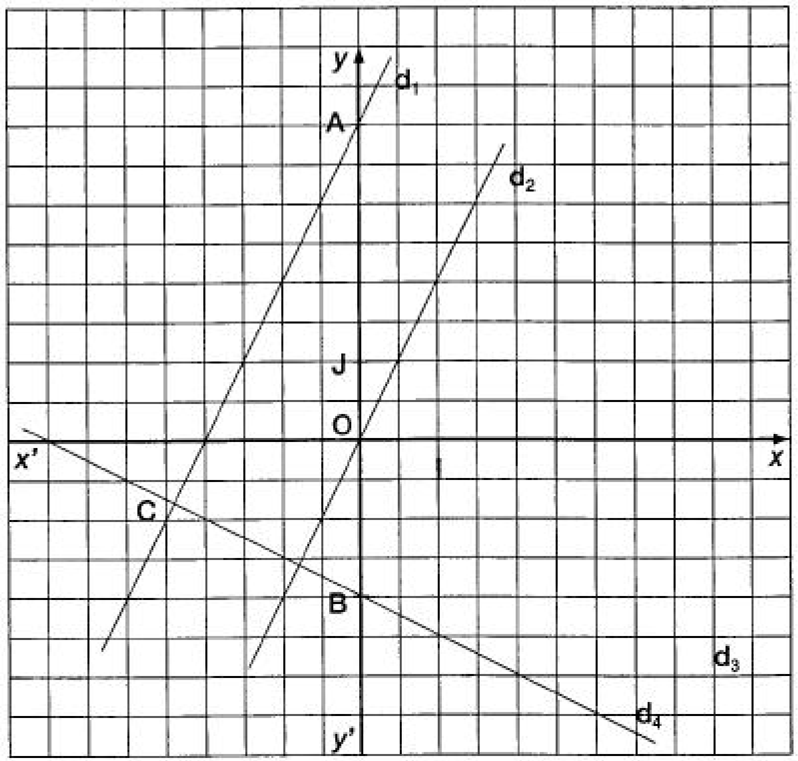
1) On se place dans le repère orthogonal (O, I, J) et on prend le centimètre pour unité de longueur. On a tracé quatre droites d_1, d_2, d_3, d_4 (voir la représentation graphique ci-dessous).

Retrouver parmi les équations suivantes, l'équation de chacune de ces droites : $y = 2x$; $y = -x - 2$; $y = -3$; $y = 2x + 4$; $y = -\frac{1}{2}x - 2$; $y = x + 4$.

On répondra sous la forme :

« L'équation de d_1 est y = ... », etc ...

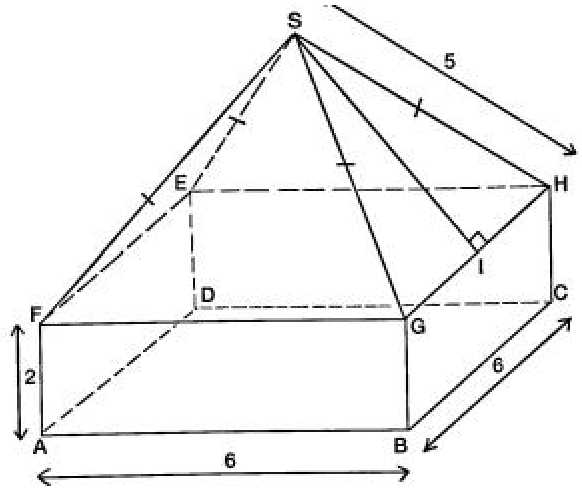
2) Prouver que les droites d_1 et d_4 sont perpendiculaires.



PROBLEME (12 points)

Partie I

La figure ci-dessous représente un solide.



Celui-ci se compose d'un parallélépipède rectangle surmonté d'une pyramide régulière à base carrée de sommet S et dont les faces latérales sont des triangles isocèles.

Les dimensions de la figure sont les suivantes :
AF = 2 cm ;
AB = BC = 6 cm ;
SH = 5 cm.

1) Représenter le triangle SGH en respectant les dimensions données.
2) a) Calculer la longueur de la hauteur SI du triangle SGH.
b) En déduire l'aire du triangle SGH.
3) Montrer que l'aire extérieure totale du solide (face inférieure comprise) est de 132 cm^2.

Partie II

La figure précédente est la réduction à l'échelle $\frac{1}{4}$ d'un coffret qu'un artisan désire réaliser. Il se propose de le couvrir intérieurement de feuilles d'or très fines, de calculer la masse d'or nécessaire ainsi que le prix de l'or à acheter.

1) Calculer l'aire réelle extérieure du coffret.
2) Sachant que pour couvrir une surface de 1 cm^2, il faut 0,00195 g d'or, calculer la masse d'or pour recouvrir l'objet au centième de gramme près.
3) Le découpage des feuilles d'or occasionne des pertes.

L'artisan prévoit d'acheter 25 % d'or supplémentaire.
Le prix du kilogramme d'or est de 70 000 F. Calculer le prix de tout l'or à acheter.