Clermont 96

PARTIE NUMERIQUE

Les quatre exercices sont indépendants.
Les détails des calculs doivent figurer sur la copie.

Exercice 1 :

Ecrire sous la forme d'une fraction la plus simple possible :

A= $\dfrac{3}{2}-\dfrac{5}{2}\times\dfrac{3}{10}$; B= $\left(\dfrac{3}{5}\right)^2:\dfrac{9}{20}$.

Exercice 2 :

Soit E = $(3x - 2)^2 - 81$.

1) Développer, réduire et ordonner E.

2) Factoriser E.

3) Résoudre l'équation : $(3x - 11)(3x + 7) = 0$.

Exercice 3 :

On donne $x = \sqrt{72}$ et $y = \sqrt{98}$.

1) Ecrire x et y sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b entiers, a étant le plus grand entier possible.

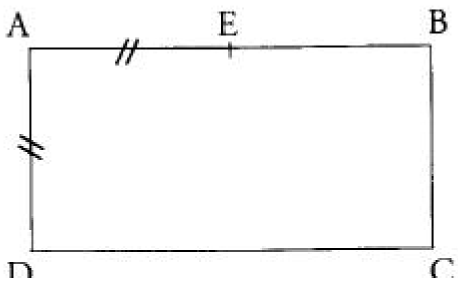
2) Ecrire sous la forme la plus simple possible $x^2 - y^2$ et $x + y$.

Exercice 4 :

Ne pas refaire la figure.

ABCD est un rectangle ; l'unité de longueur est le centimètre.

On a : AE = AD = 3 et EB = x .



1) Calculer le périmètre de ABCD en fonction de x .

2. Trouver x pour que le périmètre de ABCD soit égal à 20.

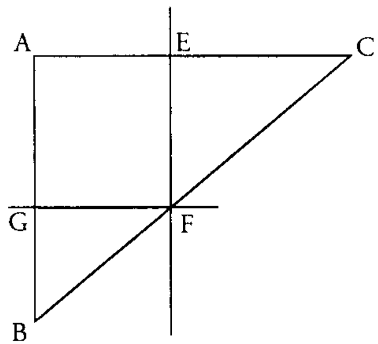
PARTIE GEOMETRIQUE

Les deux exercices sont indépendants.

Exercice 1 :

La figure ne doit pas être reproduite.

L'unité de longueur est le centimètre.



Le triangle ABC est tel que : AB = 5,25 ; BC = 8,75 ; AC = 7.

1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

2) a) Soit E le point du segment [AC] tel que EC = 4.
Calculer AE.

b) La parallèle à (AB) passant par E coupe [BC] en F. Calculer EF.

3) La parallèle à (AC) passant par F coupe [AB] en G. Quelle est la nature du quadrilatère AEFG ? (On donnera la réponse la plus précise possible en la justifiant.)

Exercice 2 :

Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J), l'unité étant le centimètre, on considère les points :

A(2 ; 3) ; B(5 ; 6) ; C(7 ; 4) ; D(4 ; 1).

1) Faire la figure sur papier millimétré.

2) Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{AB}$ et celles du vecteur $\vec{DC}$; en déduire la nature du quadrilatère ABCD.

3) Calculer AC et BD.

4) Démontrer que ABCD est un rectangle. (On pourra utiliser les résultats obtenus en 3))

PROBLEME (12 points)

L'unité de longueur est le centimètre.

Première partie

On considère un triangle isocèle SBC tel que : SB = SC = 5 BC = 6.

La hauteur issue de S coupe le segment [BC] en I.

1) Faire une figure que l'on complétera dans la question 4).

2) Démontrer que SI = 4.

3) Calculer l'aire, en cm^2, du triangle SBC.

4) On note I' le point du segment [SI] tel que : $SI' = \frac{1}{4} SI$.

Par I', on trace la parallèle à la droite (BC) ; elle coupe les droites (SB) et (SC) respectivement en B' et C'. Le triangle SB'C' est donc une réduction du triangle SBC.

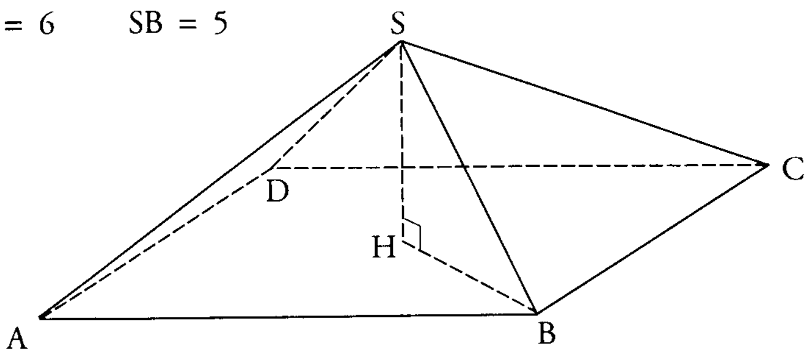
• Préciser le rapport de réduction des longueurs. (On donnera le résultat sans explication.)

• En déduire l'aire, en cm^2, du triangle SB'C'.

Deuxième partie

On considère une pyramide régulière SABCD de sommet S et à base carrée telle que :

AB = 6 SB = 5



La hauteur de la pyramide est [SH].

On fera les deux figures demandées dans cette partie sur une même feuille de papier millimétré.

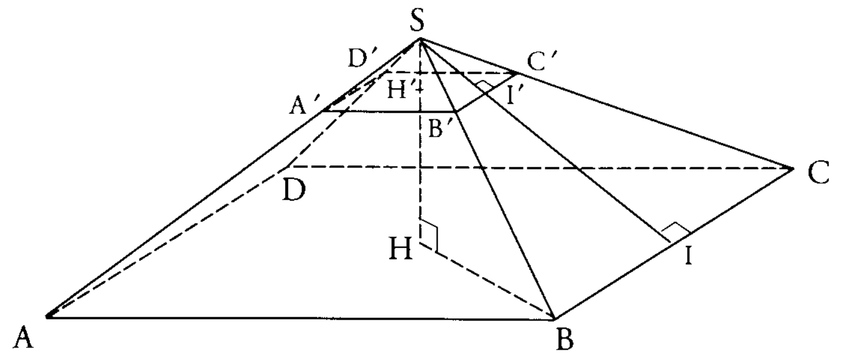
1) Tracer, en vraie grandeur, la base ABCD de la pyramide et placer précisément le point H sut le dessin.

2) Tracer, en vraie grandeur (sans calculer HB mais en utilisant la figure précédente), le triangle SHB rectangle en H.

3) Quelle est la nature du triangle SBC ? (On précisera les longueurs de ses côtés.)

4) On note I le pied de la hauteur issue de S du triangle SBC et H' le point du segment [SH] tel que : SH' = $\frac{1}{4}$ SH.

On note A', B', C', D', I' les points d'intersection des droites (SA), (SB), (SC), (SD) et (SI) avec le plan passant pat H' et parallèle au plan de la base ABCD de la pyramide.



a) Quelle est la nature du quadrilatère A'B'C'D' ? (On précisera les longueurs de ses côtés.)

b) Le triangle SBC est le triangle décrit dans la première partie et on a $SI' = \frac{1}{4} SI$.

Calculer, en utilisant les résultats de la première partie, l'aire, en cm^2, du trapèze BB'C'C.

c) En déduire l'aire latérale, en cm^2, de la partie tronquée de la pyramide comprise entre les plans parallèles ABCD et A'B'C'D'.