PARTIE NUMERIQUE

Les quatre exercices Sont indépendants

Exercice 1 :
Développer et réduire $\left(2\sqrt{3}-1\right)\left(6-\sqrt{3}\right)$.

Exercice 2 :
Donner la valeur exacte la plus simple possible en indiquant le détail des calculs :

1) $\dfrac{34}{5}:\left(\dfrac{4}{5}-\dfrac{3}{8}\right)$;

2) $\dfrac{24\times10^{2}\times3{,}5\times10^{5}}{8\times10^{-1}\times21\times10^{4}}$.

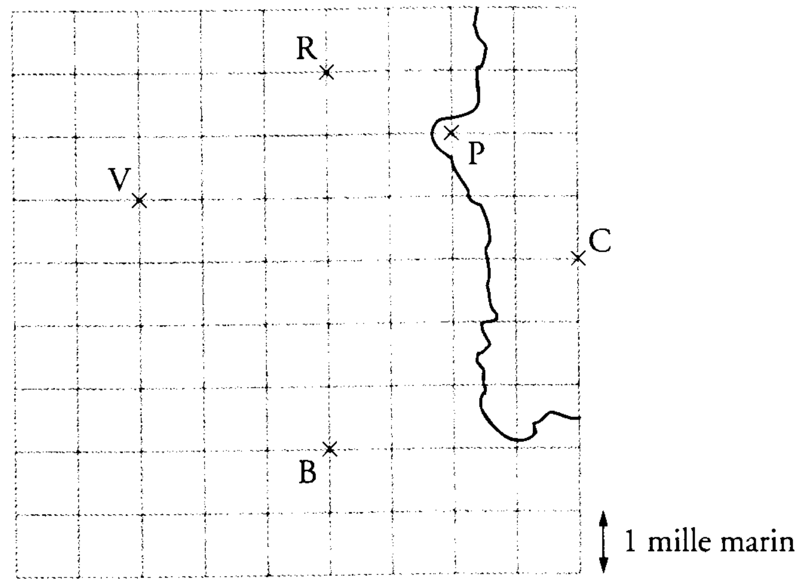
Exercice 3 :
1) Factoriser l'expression $(3x - 2)^2 - (5x - 3)(3x - 2)$.
2) Résoudre l'équation $(3x - 2)(1 - 2x) = 0$.

Exercice 4 :
Soit le système : $\begin{cases} y = 2x-7 \\ y = -x+20 \end{cases}$

l) En considérant chacune des équations comme une équation de droite, résoudre graphiquement le système précédent (on se placera dans un repère orthonormé et on prendra pour unité graphique 0,5 cm).
2) Résoudre le système précédent par le calcul.
3) Traduire le dialogue suivant par un système d'équations :
• Antoine : « Si je doublais mon nombre de CD, j'en aurais 7 de plus que toi. »
• Bérénice : « Si nous en achetions encore 2 chacun, nous en aurions 24 au total. »
On désignera par x le nombre de CD d'Antoine et par y celui de Bérénice.
4) Quel est le nombre de CD possédés par chacun des deux enfants ?

PARTIE GEOMETRIQUE

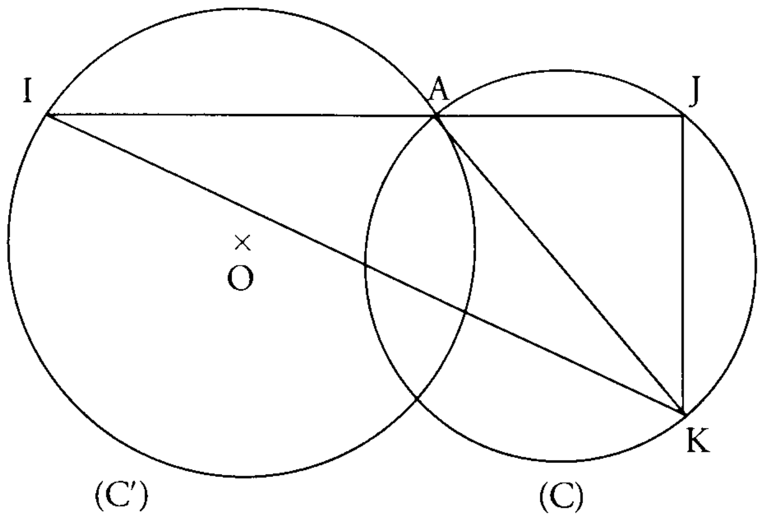
Exercice 1 :
On réalisera les constructions sur le quadrillage ci-après.



Sur cette figure, la ligne courbe représente la côte ; P est un phare ; C un clocher ; B une balise ; R un rocher ; V un voilier.
Le voilier V se déplace selon les transformations suivantes :
• V effectue une translation de vecteur $\overrightarrow{RP}$ et parvient en V_1 ;
• puis il se déplace de V_1 à V_2 par une rotation de centre C et d'angle 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre ;
• enfin, à partir de V_2, il rejoint en ligne droite la position V_3, image de V_2 par la symétrie de centre B.
1) Placer les points V_1 , V_2, V_3 sur le quadrillage.
2) Sachant qu'un carreau du quadrillage représente un carré de un mille marin de côté, exprimer, à l'aide de π , la mesure exacte simplifiée du trajet parcouru par le voilier entre V et V_3 (on donnera la réponse en milles marins).

Exercice 2 :

On utilisera et on complètera la figure ci-après.



Sur cette figure, le triangle AKI est un triangle isocèle de sommet principal A tel que AK = 4 cm et $\widehat{AIK} = 25°$. Le cercle (C) de diamètre [AK] recoupe la droite (AI) au point J.

(C') est le cercle de centre O passant par les points A et I.

l) Démontrer que l'angle $\widehat{JAK}$ mesure 50° .

2) Préciser, en justifiant, la nature du triangle AJK.

Calculer JK puis IJ (en donner la valeur exacte, puis la valeur décimale arrondie au millimètre).

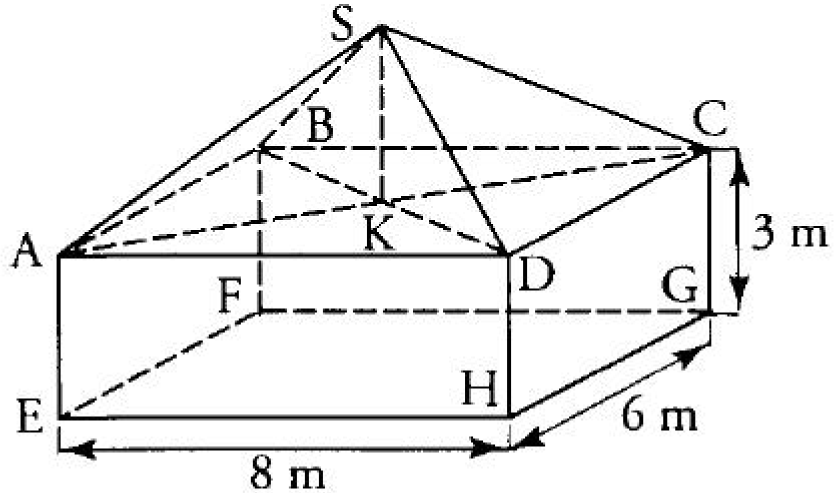
3) Soit M le milieu de [IA].

Montrer, sans faire de calcul, que les droites (OM) et (KJ) sont parallèles.

4) (IK) coupe (GM) en L, calculer une valeur approchée de LM.

PROBLEME (12 points)

Un horticulteur envisage la construction d'une serre entièrement vitrée ayant la forme d'un parallélépipède rectangle surmonté d'une pyramide comme l'indique la figure ci-après.



On désigne par x la hauteur SK (exprimée en mètres) de la pyramide SABCD.

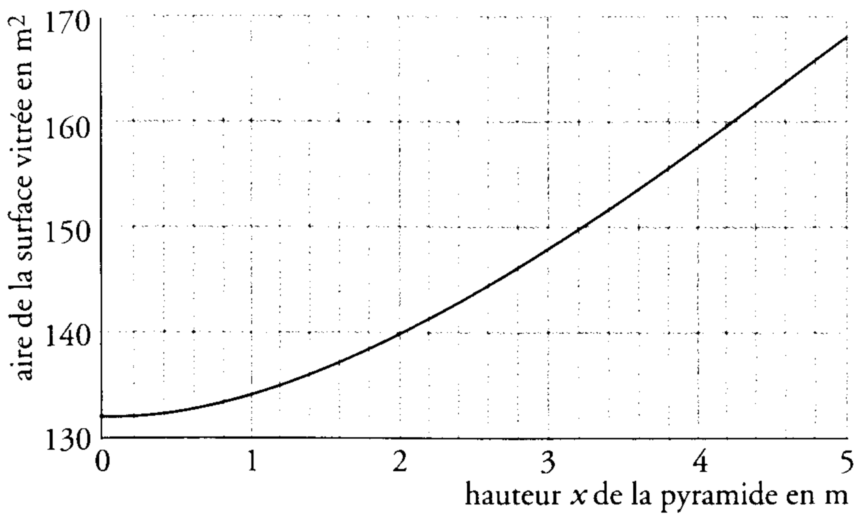
1) Montrer que le volume (en m^3) de la serre est donné par la formule V = 144 + 16x.

2) Calculer ce volume pour x = 1,5.

3) Pour quelle valeur de x le volume de la serre est-il de 200 m^3 ?

On s'intéresse maintenant à la surface vitrée de la serre (surface constituée des quatre faces latérales et du toit).

Répondre aux questions 4) et 5) en utilisant le graphique ci-après qui donne l'aire de cette surface vitrée en fonction de x.



4) Quelle est l'aire de la surface vitrée pour $x = 4{,}20$ puis pour $x = 0$?

5) Pour des raisons de coût, l'horticulteur souhaite limiter la surface vitrée à 150 m^2. Quelle est dans ce cas la hauteur de la pyramide ?

6) En remarquant la forme particulière de la serre dans le cas où $x = 0$, calculer l'aire de la surface vitrée et retrouver ainsi le résultat donné par le graphique.

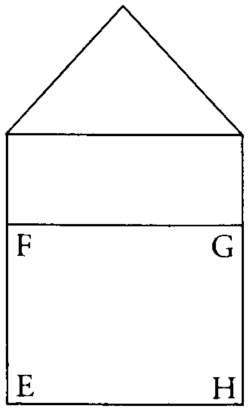
On prend désormais SK = 3 m (c'est-à-dire $x = 3$).

Afin de mieux se rendre compte de l'allure de sa serre, l'horticulteur décide d'en fabriquer une maquette en carton à l'échelle 1/200.

7) Calculer AC puis SC (distances réelles dans la serre).

8) En remarquant l'égalité des longueurs des arêtes [SA], [SB], [SC], [SD], compléter le patron de la maquette ci-après.

Patron
de la pyramide



9) Combien de fois le volume de la maquette est-il contenu dans le volume réel de la serre ?