Nice 97

PARTIE NUMERIQUE

Exercice 1 :

Calculer et donner la valeur exacte la plus simple des nombres suivants :

A = $36 - 6 \times 4$ B = $4\sqrt{75} - 5\sqrt{3}$

C = $\dfrac{10+5}{10-5}$ D = $\left(2\sqrt{3}-5\right)\left(2\sqrt{3}+5\right)$

E = $\sqrt{100-64}$ F = $\left(4-\dfrac{2}{3}\right)\left(2-\dfrac{4}{3}\right)$

Exercice 2 :

On considère l'expression E = $(3x - 5)^2 - (3x - 5)(x + 2)$.

1) Développer et réduire E.

2) Calculer E pour $x = \sqrt{2}$.

3) Factoriser E.

4) Résoudre l'équation : $(3x - 5)(2x - 7) = 0$.

Exercice 3 :

Au théâtre, le prix normal d'un billet d'entrée est de 120 F.

1) Certains spectateurs peuvent bénéficier d'une réduction de 20%. Combien paient-ils leur entrée?

2) Un groupe de 25 personnes va au théâtre, certaines parmi elles paient 120 F et d'autres 96 F. Sachant que pour les 25 entrées le groupe a payé 2784 F, trouver le nombre de billets à 120 F et le nombre de billets à 96 F vendus à ce groupe.

PARTIE GEOMETRIQUE

Exercice 1 :

Le plan est rapporté à un repère orthonormal (unité : 1 cm).

On donne la droite (D) d'équation $y = 2x - 1$, le point A de coordonnées (2; 3) et le point B de coordonnées (0 ; 5).

1) Placer les points A et B.

2) Montrer que le point A est sur la droite (D).

3) Construire la droite (D).

4) Calculer :

- les coordonnées du milieu I de [AB];
- la distance AB ;
- les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

5) (Δ) est une droite perpendiculaire à (D). Quel est son coefficient directeur ?

6) (Δ) est la droite perpendiculaire à (D) qui passe par le point B ; tracer la droite (Δ) et, sans calcul, donner une équation de (Δ).

Exercice 2 :

On considère le triangle ABC rectangle en A tel que AB = 5, BC = 9, l'unité étant le cm.

1) Construire le triangle ABC en vraie grandeur.

2) Calculer la valeur exacte de AC.

3) Calculer la mesure de l'angle $A\hat{B}C$ à un degré près par défaut.

4) Le cercle de centre B et de rayon AB coupe le segment [BC] en M. La parallèle à la droite (AC) qui passe par M coupe le segment [AB] en N.

- Compléter la figure.
- Calculer la valeur exacte de BN.

PROBLEME (12 points)

Dans tout le problème, l'unité est le mètre.

1) Un moulin à vent est constitué d'un cylindre surmonté d'un cône de révolution (figure 1).

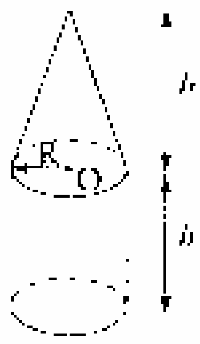

Figure 1

Le cylindre et le cône ont la même hauteur et une base commune de centre O et de rayon R.

a) Exprimer le volume du cylindre et du cône en fonction de R et de h.

b) En déduire que le volume du moulin est égal à $\frac{4\pi R^2 h}{3}$.

c) On donne R = 3 et h = 5.
Calculer la valeur arrondie à $1 m^3$ près de ce volume.

2) Les ailes du moulin sont représentées par la région des arrondis de la figure 2. ABCD est un carré de centre O et de 12 mètres de côté. Les triangles OMN, OPQ, ORS et OUT sont isocèles en O. On pose MN = x.

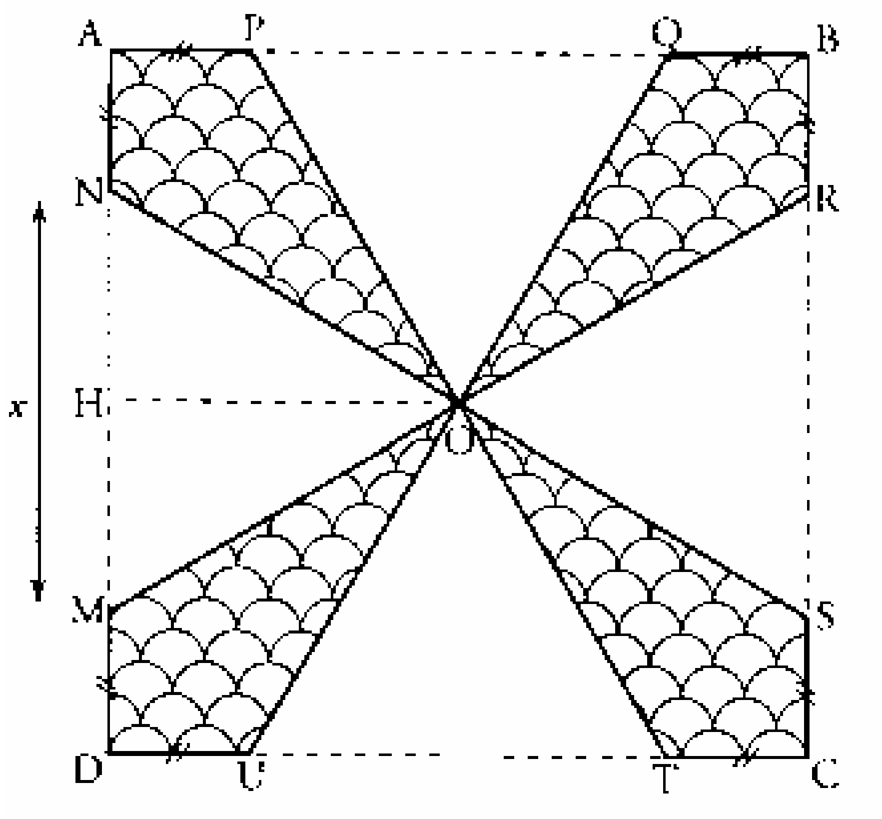

Figure 2

a) Exprimer en fonction de x l'aire du triangle OMN. En déduire que l'aire des ailes du moulin est égale à $144 - 12x$.

b) Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire des ailes est égale à $36 m^2$.

c) On suppose que $x = 9$.

- Calculer OM.
- Montrer que le périmètre des ailes du moulin est égal à 72 m.

3) Dans cette question, on suppose que $x = 9$.
On a réalisé une maquette de ce moulin au 1/20.
Calculer :

a) le périmètre des ailes de la maquette;

b) l'aire des ailes de la maquette;

c) le volume de la maquette du moulin (on utilisera le résultat du 1) c) et on donnera la réponse en m^3 arrondie au millième).