Amérique 97

PARTIE NUMERIQUE

Exercice 1 :

Calculer A = $\left(-\frac{7}{5}+\frac{4}{3}\right)+\left(7-\frac{4}{3}\right)$.

Le résultat sera donné sous forme d'une fraction aussi simplifiée que possible.

Exercice 2 :

1) Calculer : B = $\left(4-2\sqrt{3}\right)\left(4+2\sqrt{3}\right)$.

2) Ecrire sous la forme $a+b\sqrt{3}$ où a et b sont des entiers les expressions : C = $\left(4-2\sqrt{3}\right)^2$ et D = $\frac{1}{4}\times\left(28-16\sqrt{3}\right)$.

Exercice 3 :

On donne E = $(4x - 1)(x + 5) - (4x - 1)^2$.

1) Montrer que E peut récrire $3(4x - 1)(-x + 2)$.

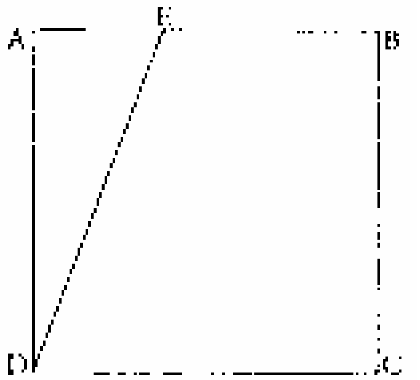
2) Calculer la valeur de E pour $x = \frac{1}{4}$, et pour $x = 0$.

3) Résoudre l'équation E = 0.

Exercice 4 :

ABCD est un carré de côté 6 cm.

E est un point du segment [AB] ; on pose EB = x.



1) Exprimer en fonction de x la longueur AE puis l'aire du triangle ADE.

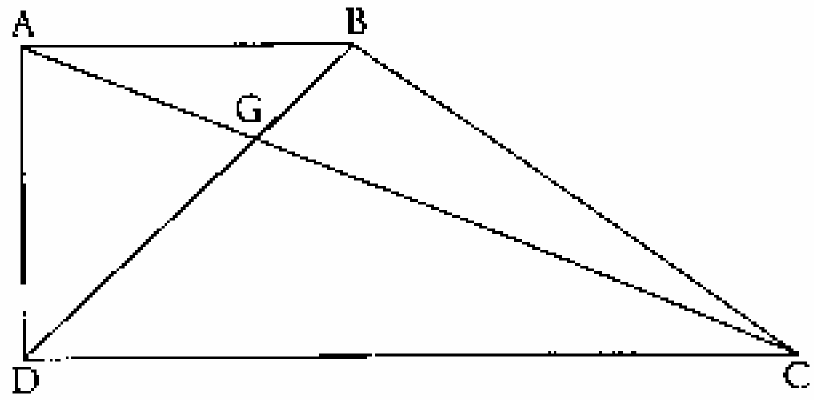
2) Déterminer x pour que l'aire du carré ABCD soit le triple de l'aire du triangle ADE.

PARTIE GEOMETRIQUE

Exercice 1 :

ABCD est un trapèze rectangle de bases [AB] et [CD].

On donne, en cm : AB = 3 ; AD = 3 ; DC = 6.



On ne demande pas de reproduire cette figure.

1) Démontrer que : $\frac{GA}{GC}=\frac{GB}{GD}=\frac{1}{2}$.

2) Calculer la longueur AC que l'on écrira sous la forme $a\sqrt{5}$.

3) Calculer la tangente de l'angle $\widehat{ACD}$; en déduire une valeur approchée à 1 degré près de l'angle $\widehat{ACD}$.

Exercice 2 :

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J) (unité : 1 cm).

1) Placer les points E(6; 3) ; F(2; 5) et G(-2; -3) et tracer le cercle (C) de diamètre [EG].

2) a) Calculer les coordonnées du centre H de (C).

b) Calculer le rayon du cercle (C).

3) a) Déterminer la longueur HF.

b) En déduire la nature du triangle EFG.

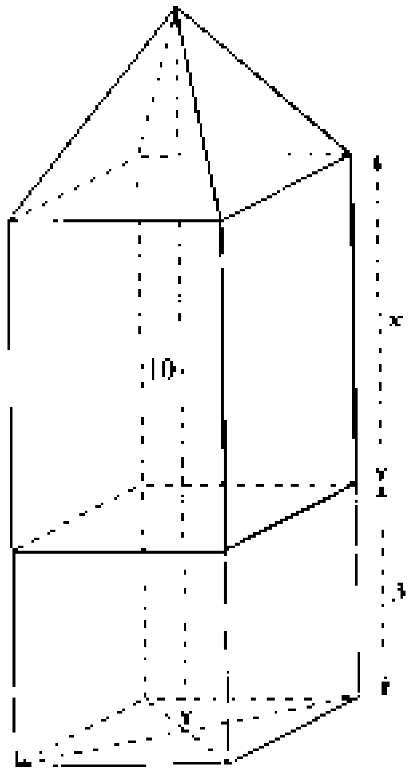
4) a) Construire le point K image de G par la translation de vecteur $\overrightarrow{FE}$.

b) Quelle est la nature du quadrilatère EFGK ? Justifier.

PROBLEME (12 points)

Première partie

Le solide ci-contre est formé d'un cube d'arête 3 cm surmonté d'un parallélépipède rectangle et d'une pyramide.



Soit x la hauteur du parallélépipède rectangle.

1) Calculer le volume V_1 du cube.

2) Exprimer, en fonction de x, le volume V_2 du parallélépipède rectangle.

3) La hauteur totale de ce solide est égale à 10 cm.

a) Calculer la hauteur de la pyramide en fonction de x.

b) Calculer le volume V_3 de la pyramide en fonction de x

Deuxième partie

Le plan est rapporté à un repère orthogonal (O, I, J).

On utilisera une feuille de papier millimétré en plaçant l'origine O en bas à gauche.

On prendra :

- 2 cm pour une unité sur l'axe des abscisses ;
- 1 cm pour 3 unités sur l'axe des ordonnées.

1) Tracer les droites :

- (D_1) d'équation $y = 27$;
- (D_2) d'équation $y = 9x$;
- (D_3) d'équation $y = 21 - 3x$.

2) a) Calculer les coordonnées du point I d'intersection des droites (D_1) et (D_2).

b) Pour le solide initial, quelle signification peut-on donner aux coordonnées du point I ?

3) a) Trouver, graphiquement, la valeur de x pour que : $V_1 = V_2$.

(On mettra en évidence les pointillés nécessaires sut le graphique.)

b) Peut-on avoir : $V_1 = V_2 = V_3$? justifier.)

4) Pour quelles valeurs de x a-t-on : $V_2 < V_3 < V_1$? (On utilisera le graphique.)