Grenoble_ sept 97

PARTIE NUMERIQUE

Exercice 1 :

Calculer les nombres a, b et c suivants en précisant les calculs intermédiaires.
b sera écrit sous forme de fraction irréductible, c sera écrit en notation scientifique et d sera écrit sous la forme $x\sqrt{y}$ (x et y entiers relatifs).

a = $\left(3\sqrt{2}-1\right)\left(3\sqrt{2}+1\right)$

b = $\frac{4}{7}-\frac{8}{7}\times\frac{15}{12}$

c = $\frac{64\times10^{3}}{5\times10^{-2}}$

d = $3\sqrt{50}-\sqrt{18}+4\sqrt{8}$

Exercice 2 :

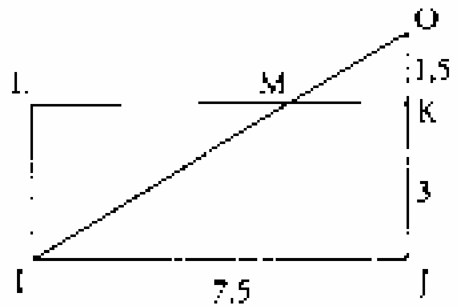
1) Développer puis réduire $(x - 4)^2 - (x - 2)(x - 8)$.
2) En déduire un mode de calcul rapide de l'expression :
$9996^2 - 9998 \times 9992$, puis la calculer.

Exercice 3 :

Un commerçant fait 15 % de réduction sur tout son stock.
1) Quel est le prix soldé d'un article précédemment affiché 175 F ?
2) Le prix soldé d'un article est 272 F. Quel était son ancien prix ?

PARTIE GEOMETRIQUE

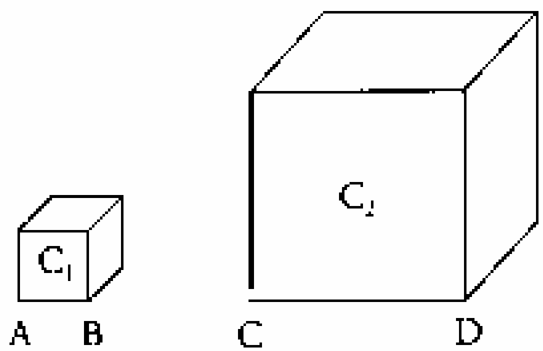
Exercice 1 :



On considère la figure ci-dessus qui n'est pas en vraie grandeur.
IJKL est un rectangle.
O, M et I sont alignés ainsi que O, K et J.
Les mesures en cm sont :
IJ = 7,5 KJ = 3 OK = 1,5
Calculer les valeurs exactes de MK et de OI, puis l'arrondi de OI au mm.

Exercice 2 :

C_1 et C_2 sont deux cubes.
On suppose que CD = 3AB.



1. S'il faut 2 kg de laque pour peindre C_1, combien en faut-il pour peindre C_2?
(On admet que la masse de laque et l'aire peinte sont proportionnelles.)
2. Si C_2 contient 113,4 litres, combien en contient C_1 ?

Exercice 3 :

1. Construire un parallélogramme ABCD de centre O tel que :
AB = 6 ; AC = 3 et BC = 4,5 (les longueurs sont exprimées en centimètres).

Construire les points suivants :
. E, symétrique de B par rapport à (AC) ;
. F, symétrique de E par rapport à O ;
. G, image de F par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.
2. Montrer que GDAF est un parallélogramme.
3. Montrer que OB = OE.
4. Montrer que DEBF est un rectangle.

PROBLEME (12 points)
L'unité de longueur est le centimètre, l'unité d'aire est le centimètre camé et l'unité de volume le centimètre cube.

On veut produire des boîtes en forme de prisme droit dont la base est un triangle rectangle (figure 1). Pour cela, on doit découper dans une feuille de carton rectangulaire EFGH, de dimensions 12 et x ($x > 6$), un patron de ce prisme (figure 2). Les parties noires représentent les morceaux de carton inutilisés.

1) Dans cette question, on suppose que EH = 13.
   a) Montrer que l'aire du carton utilisé est égale à 96 cm^2.
   b) Quelle est l'aire du carton inutilisé ?
   c) Calculer le volume de la boîte.

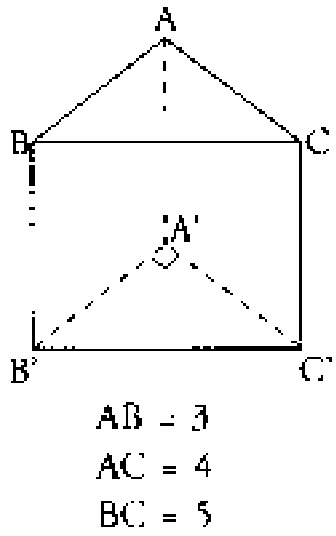


Figure 1

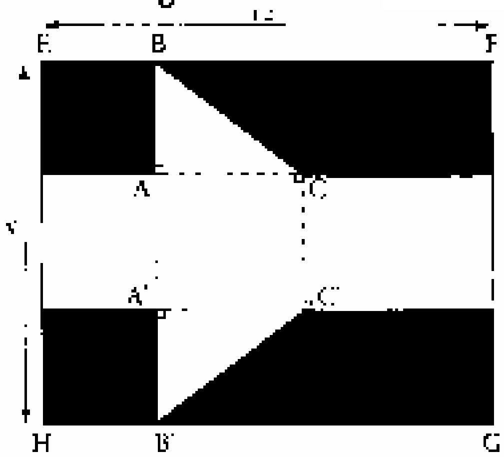


Figure 2

2) Dans toute la suite, on aura : EH = x.
   a) Exprimer AA' en fonction de x.
   b) Montrer que l'aire du carton utilisé est égale à $12x - 60$.
En déduire que l'aire du carton inutilisé ne dépend pas de x.
   c) On veut que l'aire du carton utilisé soit supérieure ou égale à celle du carton inutilisé.
Montrer que cela est réalisé lorsque $x \geq 10$.
   d) Exprimer en fonction de x le volume de la boîte.
3) Le plan est rapporté à un repère orthogonal.

a) Utiliser une feuille de papier millimétré (prendre en abscisse 1 cm pour représenter 1 unité et en ordonnée 1 cm pour 12 unités) pour représenter le droites (D_1) et (D_2) ayant pour équations :

(D_1) : $y = 12x - 60$;

(D_2) : $y = 60$.

b) Déterminer à l'aide du graphique les coordonnées (x_M ; y_M) du point d'intersection M de ces deux droites.

Que représentent ces nombres pour la question 2) du problème ?

c) Trouver, à l'aide du graphique, l'entier x pour lequel l'aire du carton utilisé est le double de celle du carton inutilisé (on laissera apparents les traits de construction).