Rennes 97

PARTIE NUMERIQUE

Exercice 1 :

Sans utiliser les valeurs approchées, montrer que trois de ces nombres
sont égaux :

$A = \sqrt{5} + \sqrt{5}$; $B = \dfrac{\sqrt{500}}{5}$; $C = 2\sqrt{5}\sqrt{5}$; $D = \sqrt{20}$; $E = \sqrt{5+5}$.

Exercice 2 :

On donne l'expression E = $(2x + 3)^2 - 16$.

1) Factoriser E.
2) Développer et réduire E.
3) Calculer la valeur de E lorsque x est égal à $-\dfrac{1}{2}$.
4) Résoudre l'équation : $(2x + 7)(2x - 1) = 0$.

Exercice 3 :

Lors d'un concours de pêche, on a pesé les poissons de chaque pêcheur, puis on a réparti les résultats de la façon suivante :

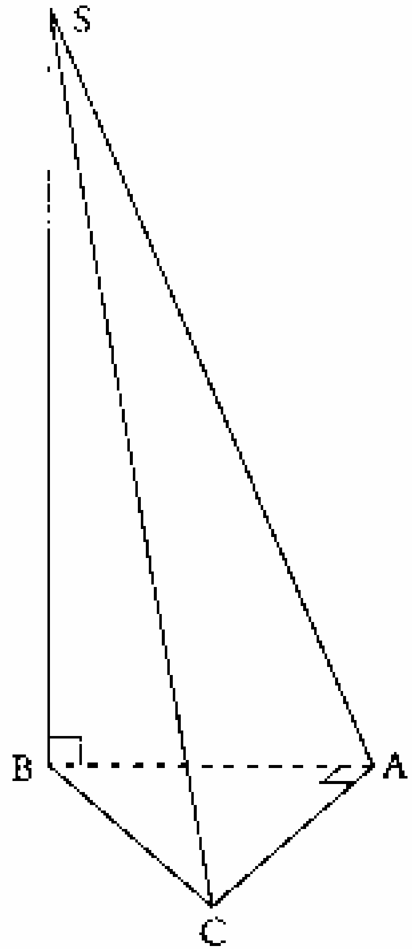
Masse x en grammes	$0 < x \leq 500$	$500 < x \leq 1000$	$1000 < x \leq 1500$	$1500 < x \leq 2000$	$2000 < x \leq 2500$
Nombre de pêcheurs	20	10	6	1	3

1) Quel est le nombre de pêcheurs ayant participé au concours ?
2) a) Quel est le nombre de concurrents ayant pêché plus de 1 500 grammes ?
   b) Quel est le nombre de concurrents ayant pêché au plus 1 000 grammes ?
3) Calculer le pourcentage des concurrents ayant pris une masse x de poisson telle que : $1000 < x \leq 1500$.

PARTIE GEOMETRIQUE

Exercice 1 :

On considère une pyramide de hauteur SB = 7 cm et dont la base est un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 3 cm, AC = 4 cm.



1) Construire un patron de cette pyramide.
2) Calculer le volume de cette pyramide.
3) On coupe la pyramide par un plan parallèle à la base ; on obtient les points B' sur [SB], A' sur [SA] et C' sur [SC] tels que $\dfrac{SB'}{SB} = \dfrac{3}{7}$.
   a) Quelle est la nature du triangle A'B'C'?
   b) Calculer le volume de la pyramide SA'B'C'.
On donnera la valeur exacte, puis la valeur arrondie au mm^3.

Exercice 2 :

1) Dans un repère orthonormal (O, I, J), placer les points :

$A(-3 ; 4)$; $B(1 ; \frac{7}{2})$; $C(-1 ; 0)$.

On utilisera une feuille de papier millimétré (unité : le cm).

2) a) Construire la droite d d'équation $y = \frac{1}{2}x + 3$. Justifier.

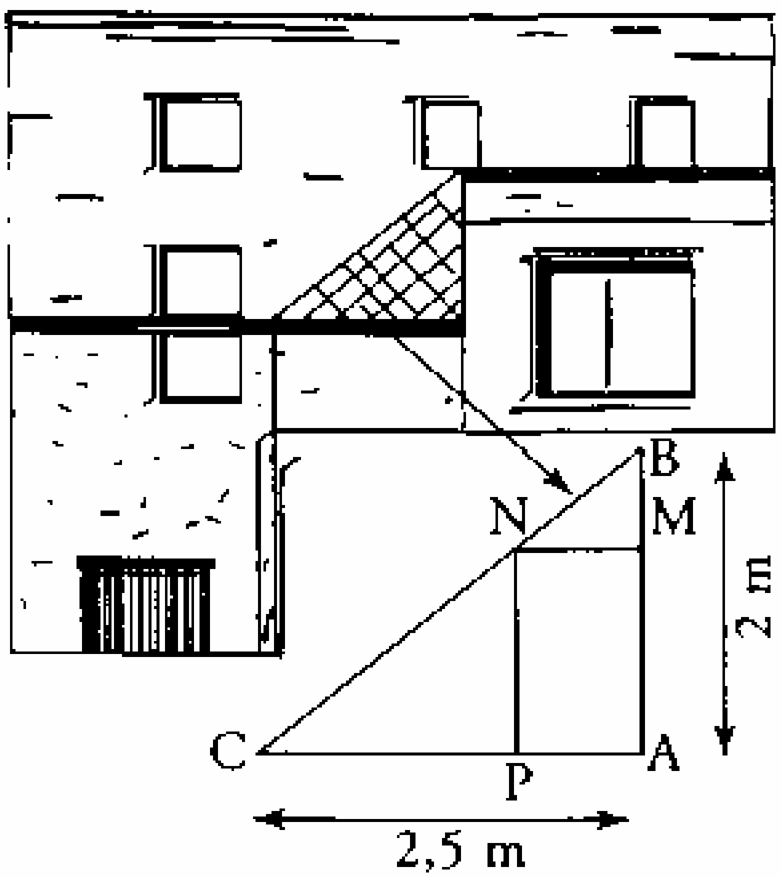
b) Montrer que le point B est sur cette droite.

3) a) Donner une équation de la droite (AC) (lecture graphique ou calcul).

b) En déduire que les droites d et (AC) sont perpendiculaires.

PROBLEME (12 points)

La figure ci-contre est une vue d'une maison de style moderne.
Sur la partie hachurée, on veut placer une fenêtre représentée par le rectangle AMNP dans le triangle ABC.
Le but du problème est de déterminer les dimensions de la fenêtre ayant la plus grande aire.

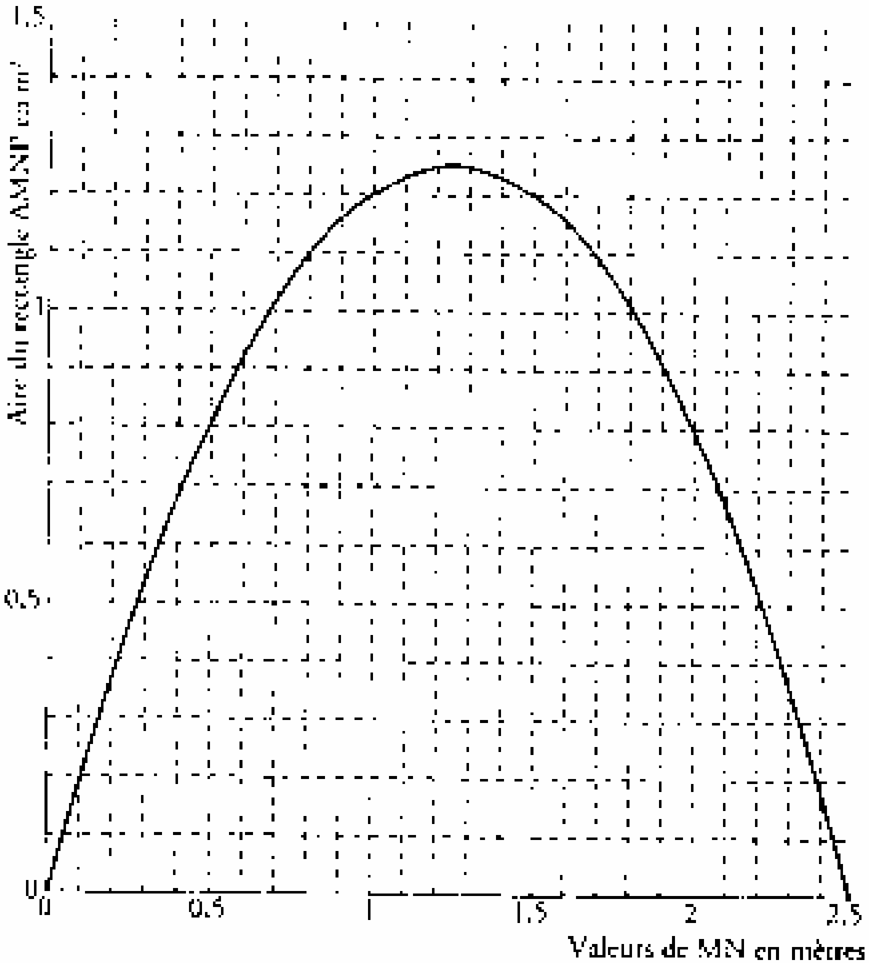


ABC est un triangle rectangle en A tel que :
AB = 2 m ; AC = 2,5 m.
N est sur [BC], M est sur [AB] et (MN) est parallèle à (AC).
On pose x = MN (distance exprimée en mètres).
Toutes les distances seront exprimées en mètres.

1) En utilisant le théorème de Thalès, exprimer la distance BM en fonction de x.
En déduire que MA = 2 - 0,8 x

2) Calculer la hauteur MA de la fenêtre puis son aire lorsque x = 0,75. Même question pour x = 1,5.
Pour quelle valeur de x la fenêtre est-elle carrée ? (Donner la valeur exacte puis son arrondi au centimètre.)

3) Sur le graphique ci-après, on a représenté l'aire du rectangle AMNP en fonction de x. Placer sur la courbe les points correspondant aux calculs de la deuxième question.



4) Pour des raisons d'esthétique, les dimensions de la fenêtre doivent respecter les conditions suivantes :

• d'une part, la largeur MN doit être supérieure ou égale à 0,50 m ;

• d'autre part, la hauteur MA doit être supérieure ou égale à 0,60 m.

Par le calcul, prouver que x doit alors vérifier : $0{,}50 \leq x \leq 1{,}75$.

5) Par simple lecture du graphique (on fera apparaître les pointillés nécessaires) :

a) Quelles sont les largeurs de fenêtre correspondant à une aire de 0,80 m^2 ? Pour ces largeurs, les conditions de la question 4) sont-elles
vérifiées?

b) A quelle largeur correspond la fenêtre d'aire maximum ? Pour cette largeur, comparer l'aire de la fenêtre et l'aire du triangle ABC.