

Amiens 99

PARTIE NUMERIQUE

Exercice 1 :

$$\text{On pose : } A = \frac{\frac{3}{2} - 1}{\frac{1}{2} + 1} \quad B = \frac{1,2 \times 10^{-21}}{3 \times 10^{-20}}$$

Calculer A et B : vous ferez apparaître chaque étape de calcul et vous donnerez le résultat de A sous la forme d'une fraction la plus simple possible, et le résultat de B sous forme décimale.

$$A = \frac{\frac{3}{2} - \frac{2}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{2}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$B = \frac{1,2}{3} \times 10^{-21 - (-20)} = 0,4 \times 10^{-1} = 0,04$$

Exercice 2 :

1. Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers :

$$\sqrt{45}, \sqrt{12}, \sqrt{20}.$$

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

2. On considère le nombre : $C = 2\sqrt{45} + 3\sqrt{12} - \sqrt{20} - 6\sqrt{3}$

Écrire C sous la forme $d\sqrt{5}$, où d est un nombre entier.

$$C = 2 \times 3\sqrt{5} + 3 \times 2\sqrt{3} - 2\sqrt{5} - 6\sqrt{3} = 6\sqrt{5} + 6\sqrt{3} - 2\sqrt{5} - 6\sqrt{3} \\ = 4\sqrt{5}$$

Exercice 3 :

On considère l'expression : $D = (3x - 1)^2 - 81$

1. Développer et réduire D

$$D = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + 1^2 - 81 = 9x^2 - 6x + 1 - 81 = 9x^2 - 6x - 80$$

2. Factoriser D.

$$D = (3x - 1)^2 - 81 = (3x - 1)^2 - 9^2 = (3x - 1 + 9)(3x - 1 - 9) \\ = (3x + 8)(3x - 10)$$

3. Résoudre l'équation : $(3x - 10)(3x + 8) = 0$.

$$3x - 10 = 0 \quad 3x + 8 = 0$$

$$3x = 10 \quad 3x = -8$$

$$x = \frac{10}{3} \quad x = \frac{-8}{3}$$

4. Calculer D pour $x = -5$.

$$D = (3 \times (-5) - 10)(3 \times (-5) + 8) = (-15 - 10)(-15 + 8) = -25 \times (-7) \\ = 175$$

Exercice 4 :

Un confiseur prépare deux sortes de boîtes comportant des tuiles en chocolat et des macarons à la pâte d'amande.

Dans le paquet de la première sorte, il place 20 tuiles et 15 macarons : ce paquet sera vendu 96 F.

Dans le paquet de la deuxième sorte, il place 10 tuiles et 25 macarons : ce paquet sera vendu 90 F.

Calculer le prix d'une tuile et celui d'un macaron.

On appelle x le prix d'une tuile et y le prix d'un macaron.

$$\begin{cases} 20x + 15y = 96 \\ 10x + 25y = 90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20x + 15y = 96 \\ 20x + 50y = 180 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20x + 15y = 96 \\ 35y = 84 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20x + 15y = 96 \\ y = 84 \div 35 = 2,4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20x + 15 \times 2,4 = 96 \\ y = 2,4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20x + 36 = 96 \\ y = 2,4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20x = 96 - 36 = 60 \\ y = 2,4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 60 \div 20 = 3 \\ y = 2,4 \end{cases}$$

PARTIE GEOMETRIQUE

Exercice 1 :

1. Dans un repère orthonormal (0, 1, J), tracer les droites suivantes :

La droite d_1 d'équation $y = 3x$.

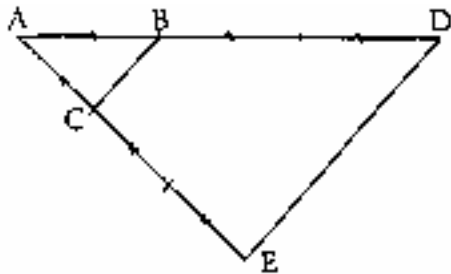
La droite d_2 d'équation $y = 3x - 2$.

Vous expliquerez brièvement votre démarche pour chaque droite.

2. Que pouvez-vous dire des droites d_1 et d_2 ?

Elles sont parallèles car elles ont le même coefficient directeur.

Exercice 2 :



L'aire du triangle ADE est 54 cm^2 .

B est le point de [AD] tel que $AB = \frac{1}{3} AD$,

C est le point de [AE] tel que $AC = \frac{1}{3} AE$.

1. Démontrer que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

$$AB = \frac{1}{3} AD \text{ donc } \frac{AB}{AD} = \frac{1}{3}$$

$$AC = \frac{1}{3} AE \text{ donc } \frac{AC}{AE} = \frac{1}{3}$$

D'après la réciproque de la propriété de Thalès, les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

2. Le triangle ABC est une réduction du triangle ADE.

Quelle est l'échelle de la réduction?

$$\text{L'échelle de réduction est } \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

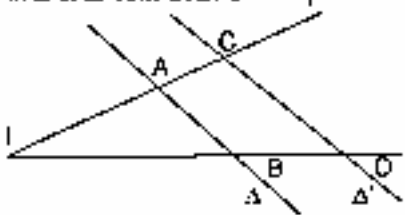
3. Calculer l'aire du triangle ABC.

$$\text{Aire}(ABC) = \frac{1}{9} \text{Aire}(ADE) = \frac{1}{9} \times 54 = 6 \text{ cm}^2$$

Exercice 3 :

Pour chaque ligne du tableau ci-après, trois réponses sont proposées, désignées par les nombres ❶, ❷, ❸. Une seule est exacte.

Écrire dans la colonne de droite le numéro correspondant à la bonne réponse.

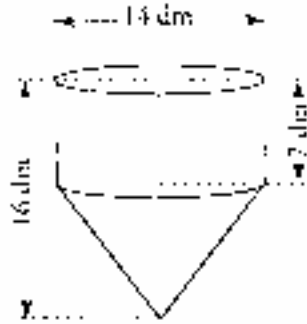
	Réponse ❶	Réponse ❷	Réponse ❸	Réponse choisie
Si : • A(5; -1) et B(2; 3) alors \vec{AB} a pour coordonnées : • A(5; -1) et B(2; 3) dans un repère orthonormal, alors AB est égal à :	(3; -4)	(7; 2)	(-3; 4)	
Si D est l'image de E par la translation de vecteur \vec{MN} , alors :	$\vec{MN} = \vec{DE}$	$\vec{ED} = \vec{MN}$	$\vec{ED} = \vec{NM}$	
Si RSTU est un parallélogramme, alors $\vec{RS} + \vec{RT}$ est égal à :	\vec{TR}	\vec{SU}	\vec{RT}	
Si Δ et Δ' sont deux droites parallèles,  alors le quotient $\frac{CD}{AB}$ est égal à :	$\frac{CA}{AI}$	$\frac{IB}{ID}$	$\frac{IC}{IA}$	

Toutes les questions sont indépendantes.

Réponses dans l'ordre du tableau :

3
1
2
3
3

Exercice 4 :



Un réservoir d'eau est formé d'une partie cylindrique et d'une partie conique.

1. Donner, en dm^3 , le volume exact de la partie cylindrique en utilisant le nombre π

$$7 \times \pi \times 7^2 = 343 \pi$$

2. Donner, en dm^3 , le volume exact de la partie conique en utilisant le nombre π

$$16 - 7 = 9$$

$$\frac{1}{3} \times 9 \times \pi \times 7^2 = 147 \pi$$

3. Donner le volume exact du réservoir, puis sa valeur arrondie à 1 dm^3 près.

$$343 \pi + 147 \pi = 490 \pi \approx 1539 \text{ dm}^3$$

4. Ce réservoir peut-il contenir 1000 litres? Justifier la réponse.

1 litre est égal à 1 dm^3 donc le réservoir peut contenir 1000 litres.

PROBLEME (12 points)

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.

On sait que :

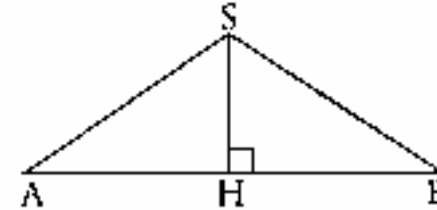
$$AB = 10$$

H est le milieu de [AB]

$$SH = 3$$

Les droites (AB) et (SH) sont perpendiculaires.

Les mesures sont exprimées en cm.



Première partie

1. Faire la figure en vraie grandeur.

2. Montrer que le triangle SAB est isocèle en S.

(SH) est un axe de symétrie de la figure donc $SA = SB$.

3. a) Calculer la valeur exacte de SA.

D'après la propriété de Pythagore dans le triangle SAH rectangle en H :

$$SA^2 = SH^2 + AH^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$$

$$SA = \sqrt{34} \text{ cm.}$$

b) En déduire la valeur exacte du périmètre du triangle SAB.

$$10 + 2\sqrt{34} \text{ cm.}$$

4. a) Donner la valeur exacte de $\tan \hat{A}SH$.

$$\tan \hat{A}SH = \frac{AH}{SH} = \frac{5}{3}$$

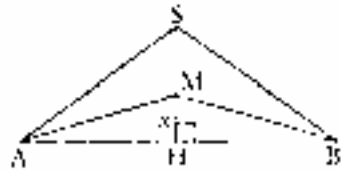
b) En déduire la mesure de $\hat{A}SH$, puis celle de $\hat{A}SB$ (arrondies au degré).

$$\hat{A}SH = 59^\circ$$

$$\hat{A}SB = 2 \times 59^\circ = 118^\circ$$

Deuxième partie

Soit M un point du segment [SH]. On pose $MH = x$.



1. Quelles sont les valeurs possibles de x ? (On pourra répondre sous forme d'un encadrement de x .)

$$0 < x < 3$$

2. On note A_1 l'aire du triangle BMH et A_2 l'aire du triangle ASM.

a) Montrer que $A_1 = \frac{5x}{2}$

$$A_1 = \frac{MH \times HB}{2} = \frac{x \times 5}{2} = \frac{5x}{2}$$

b) Quelle est la hauteur issue de A du triangle ASM ?

C'est (AH).

c) Exprimer SM en fonction de x .

$$SM = 3 - x$$

d) Montrer que $A_2 = \frac{5(3-x)}{2}$

$$A_2 = \frac{SM \times AH}{2} = \frac{5(3-x)}{2}$$

2. Pour quelle valeur de x a-t-on $A_1 = 2A_2$?

$$A_1 = 2A_2$$

$$\frac{5x}{2} = 2 \times \frac{5(3-x)}{2}$$

$$\frac{5x}{2} = \frac{10(3-x)}{2}$$

$$5x = 10(3-x)$$

$$5x = 30 - 10x$$

$$5x + 10x = 30$$

$$15x = 30$$

$$x = 2 \text{ cm}$$

Troisième partie

On note I le milieu du segment [SH] et E le symétrique de A par rapport à I.

1. Sur votre figure, placer les points I et E.

2. Quelle est la nature du quadrilatère ASEH ? Justifier.

ASEH est un parallélogramme car ses diagonales [SH] et [AE] ont le même milieu I.

3. En utilisant les points de la figure, citer deux vecteurs égaux à \overrightarrow{AH} . Justifier les réponses.

$$\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{HB} = \overrightarrow{SE}$$

4. Démontrer que SEBH est un rectangle.

$\overrightarrow{SE} = \overrightarrow{HB}$ donc SEBH est un parallélogramme, de plus il a un angle droit en H donc c'est un rectangle.