Rennes 99

PARTIE NUMERIQUE

Exercice 1 :

a. Soit P le périmètre de ce jardin rectangulaire en hectomètres.

$P = 2\times\frac{4}{5} + 2\times\frac{1}{4}$

$P = \frac{8}{5} + \frac{2}{4}$

$P = \frac{8\times 4}{5\times 4} + \frac{2\times 5}{4\times 5}$

$P = \frac{32}{20} + \frac{10}{20}$

$P = \frac{42}{20}$

$P = \frac{21}{10}$

Le périmètre de ce jardin est de $\frac{21}{10}$ hm.

b. Soit A l'aire de ce jardin en hectomètres carrés.

$A = \frac{4}{5}\times\frac{1}{4}$

$A = \frac{4\times 1}{5\times 4}$

$A = \frac{1}{5}$

L'aire de ce jardin est de $\frac{1}{5}$ hm².

Exercice 2 :

1.a.

$$\begin{aligned} p + q &= 2\sqrt{45} + \sqrt{80} \\ &= 2\sqrt{9\times 5} + \sqrt{16\times 5} \\ &= 2\times 3\sqrt{5} + 4\times\sqrt{5} \\ &= 6\sqrt{5} + 4\sqrt{5} \\ &= 10\sqrt{5} \end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned} pq &= 2\sqrt{45}\times\sqrt{80} \\ &= 2\sqrt{45\times 80} \\ &= 2\sqrt{9\times 5\times 16\times 5} \\ &= 2\sqrt{9}\times\sqrt{16}\times\sqrt{25} \\ &= 2\times 3\times 4\times 5 \\ &= 120 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} p^2 - 2p - 180 &= \left(2\sqrt{45}\right)^2 - 2\times 2\sqrt{45} - 180 \\ &= 2^2\times\sqrt{45}^2 - 4\sqrt{45} - 180 \\ &= 4\times 45 - 4\sqrt{45} - 180 \\ &= 180 - 4\sqrt{45} - 180 \end{aligned}$$

$= -4\sqrt{45}$

$= -4 \times \sqrt{9 \times 5}$

$= -4 \times 3\sqrt{5}$

$= -12\sqrt{5}$

$\neq 12\sqrt{5}$

Le nombre p n'est donc pas solution de l'équation $x^2 - 2x - 180 = 12\sqrt{5}$.

Exercice 3 :

1.

$B = 4x^2 - 25 - (2x+5)(3x-7)$

$B = 4x^2 - 25 - (6x^2 - 14x + 15x - 35)$

$B = 4x^2 - 25 - (6x^2 + x - 35)$

$B = 4x^2 - 25 - 6x^2 - x + 35$

$B = -2x^2 - x + 10$

2.a.

$4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2$

$= (2x+5)(2x-5)$

b.

$B = 4x^2 - 25 - (2x+5)(3x-7)$

$B = (2x+5)(2x-5) - (2x+5)(3x-7)$

$B = (2x+5)[(2x-5) - (3x-7)]$

$B = (2x+5)[2x - 5 - 3x + 7]$

$B = (2x+5)(-x+2)$

3. On veut résoudre l'équation $(2x+5)(2-x) = 0$.

Or, si un produit de facteurs est nul, alors l'un des facteurs au moins est nul.

D'où : $2x + 5 = 0$ ou : $2 - x = 0$

$2x = -5$ $\quad$ $-x = -2$

$x = -\frac{5}{2}$ $\quad$ $x = 2$

Les solutions de cette équation sont donc $-\frac{5}{2}$ et 2.

Exercice 4 :

5,8 millions de kilomètres correspondent à $5\,800\,000$ km.

De plus, $8 \times 24 + 22 = 192 + 22 = 214$

Donc 8 jours et 22 heures correspondent à 214 heures.

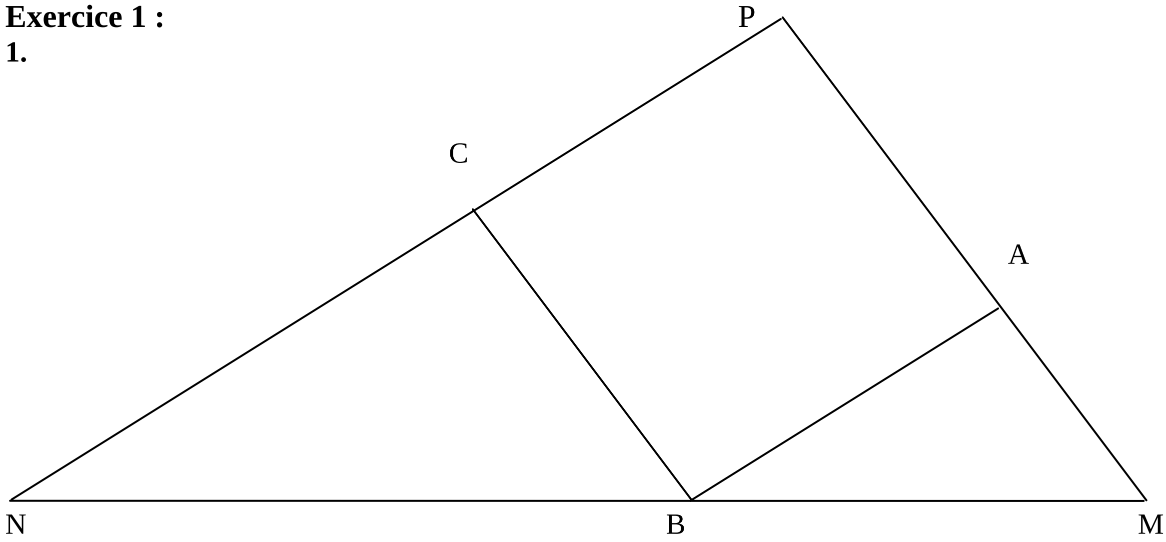
$\frac{5\,800\,000}{214} \approx 27103$

La vitesse moyenne de la navette est de 27103 km/h (à l'unité près), ou encore : $2{,}7103 \times 10^4$ km/h.

PARTIE GEOMETRIQUE

Exercice 1 :

1.



2. On sait que : par construction, les droites (AB) et (CP) sont parallèles et les droites (BC) et (AP) le sont Aussi.

Or, si un quadrilatère a ses côtés deux à deux parallèles, alors c'est un parallélogramme.

Donc le quadrilatère ABCP est un parallélogramme.

3. On sait que : - les points M, B et N sont alignés ; ainsi que les points N, C et P.

- les droites (AB) et (NP) sont parallèles.

Alors, d'après le théorème de Thalès appliqué aux triangles ABM et PNM, on peut écrire :

$$\frac{MA}{MP} = \frac{MB}{MN} = \frac{AB}{PN}$$

$$\frac{8-4{,}8}{8} = \frac{MB}{15} = \frac{AB}{12}$$

D'où : $\frac{3{,}2}{8} = \frac{AB}{12}$

$$8 \times AB = 3{,}2 \times 12$$

$$8\ AB = 38{,}4$$

$$AB = \frac{38{,}4}{8}$$

$$AB = 4{,}8$$

Finalement, la longueur AB vaut cm.

4. On sait que : - ABCP est un parallélogramme

- $AB = AP = 4{,}8$

Or, si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange.

Donc ABCP est un losange.

Exercice 2 :

1. D'après le théorème de Pythagore, appliqué au triangle ABC rectangle en B, on peut écrire :

$$AC^2 = AB^2 + CB^2$$

$$3{,}2^2 = 3{,}05^2 + CB^2$$

$$10{,}24 = 9{,}3025 + CB^2$$

$$CB^2 = 10{,}24 - 9{,}3025$$

$$CB^2 = 0{,}9375$$

D'où : $CB = \sqrt{0{,}9375}$

$$CB \approx 0{,}97$$

Finalement, Paul doit placer l'échelle à 0,97 m du pied du mur.

2. Dans le triangle ABC rectangle en B, on a :

$\sin \hat{C} = \frac{AB}{AC}$

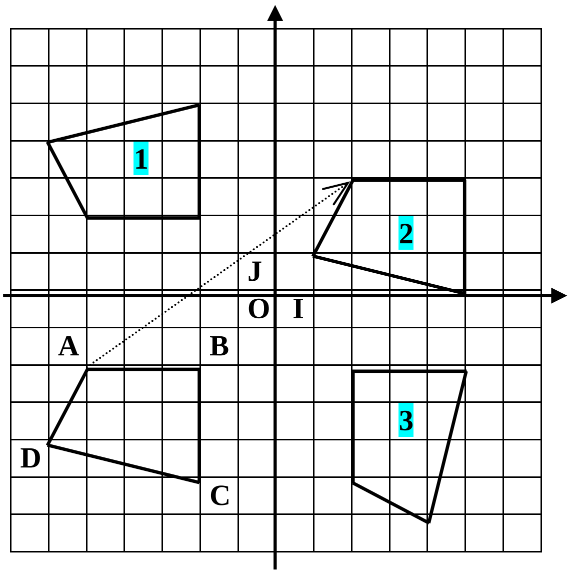
$\sin \hat{C} = \frac{3{,}05}{3{,}2}$

D'où : $\hat{C} \approx 72°$ (au degré près).
Finalement, l'angle formé par l'échelle et le sol vaut environ 72 °.

Exercice 3 :

1. D'après le graphique, $\overrightarrow{DB}$ a pour coordonnées (4 ;2) et $\overrightarrow{BC}$ a pour coordonnées (0 ;-3).

2.



PROBLEME

1.

$$125 + 125 \times \frac{12}{100} = 125 + \frac{1500}{100}$$
$$= 125 + 15$$
$$= 140$$

Donc le prix d'un maillot imprimé dans l'option 1 est de 140 F.

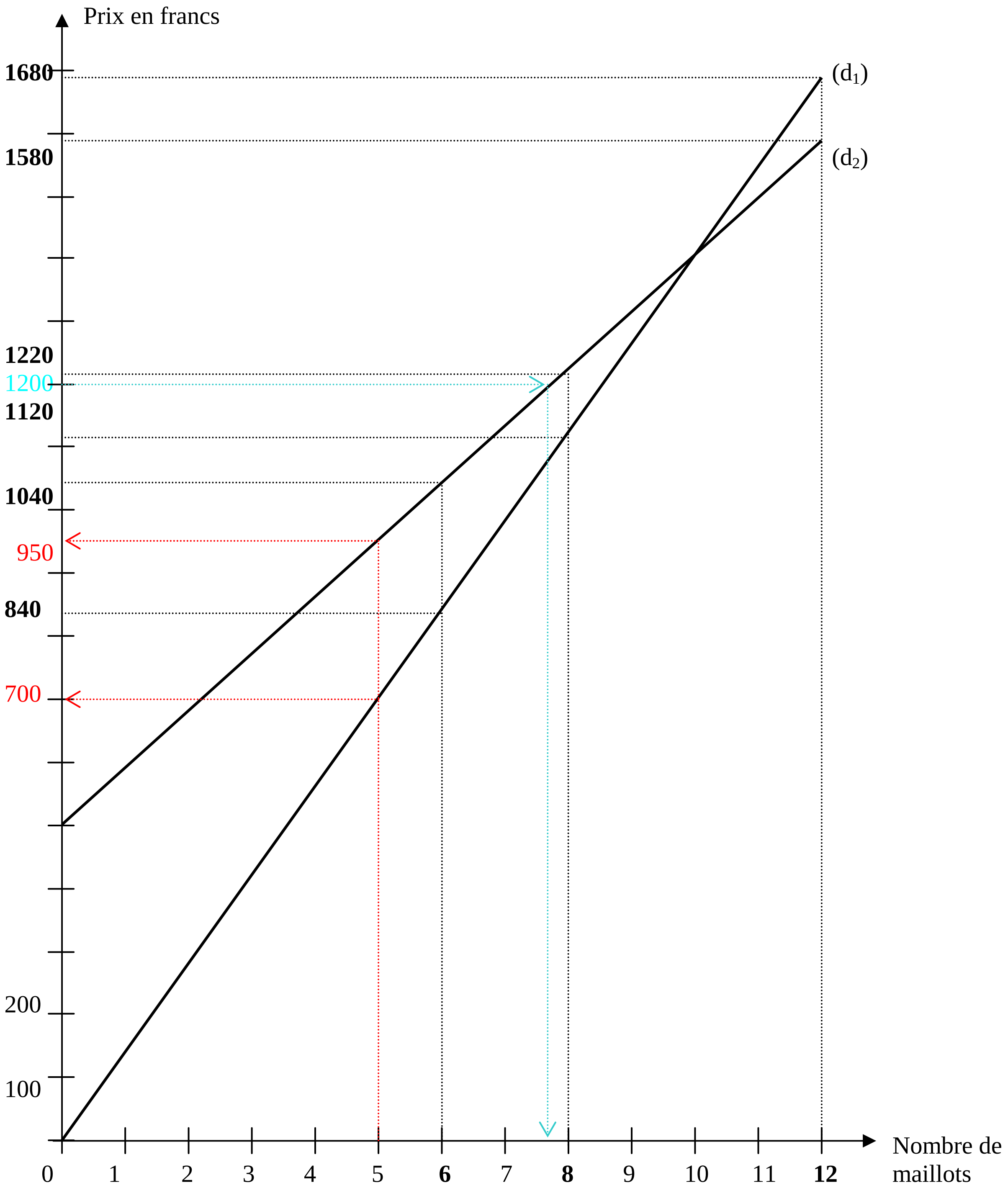
2.

Nombre de maillots	6	8	12
Prix des maillots avec l'option 1	$6 \times 140 = 840$	$8 \times 140 = 1120$	$12 \times 140 = 1680$
Prix des maillots avec l'option 2	$6 \times 90 + 500 = 1040$	$8 \times 90 + 500 = 1220$	$12 \times 90 + 500 = 1580$

3. **a.** $y_1 = 140x$

$y_2 = 90x + 500$

c. Graphique page suivante.
y_1 est représenté par la droite (d_1) et y_2 par la droite (d_2).



4. a. D'après le graphique précédent, le prix payé pour 5 maillots est de 700 F avec l'option 1 et de 950 F avec l'option 2.

b. Graphiquement : avec 1200 F et en choisissant l'option 2, on peut acheter 7 maillots.

Par le calcul, il s'agit de résoudre l'équation : $1200 = 90x + 500$

$$1200 - 500 = 90x$$
$$700 = 90x$$
$$x = \frac{700}{90}$$

Ce qui donne $x \approx 7{,}8$. Comme le nombre de maillots est un nombre entier, on peut acheter 7 maillots.

5. a. $140x > 90x + 500$

$$140x - 90x > 500$$
$$50x > 500$$
$$x > \frac{500}{50}$$
$$x > 10$$

b. Donc l'option 2 est plus intéressante à partir de 10 maillots.

c. On retrouve le résultat du **b.** sur le graphique en constatant qu'à partir de x =10 la droite (d_2) se trouve en dessous de la droite (d_1), donc que l'option 2 revient moins cher que l'option 1.

6. **a.**

Taille	**M**	**L**	**XL**	**Total**
Effectifs	4	10	6	20
Fréquence en %	$\frac{4}{20}=\frac{20}{100}=20\%$	$\frac{10}{20}=\frac{50}{100}=50\%$	$\frac{6}{20}=\frac{30}{100}=30\%$	100%

b.

Angles en degrés	$\frac{4\times180}{20}=36$	$\frac{10\times180}{20}=90$	$\frac{6\times180}{20}=54$	180