

POURCENTAGES

I. A QUOI SERVENT LES POURCENTAGES ?

On utilise les pourcentages dans deux situations différentes.

- Soit pour exprimer le rapport d'une partie à un tout :

Exemple : 60 % des élèves de la classe habitent à Sens.

- Soit pour exprimer une évolution :

Exemple : Cette année, il y a 10 % d'élèves en plus dans la classe par rapport à l'an dernier.

II. PART EN POURCENTAGE

1) Définition

Soit E un ensemble et A une partie de E.

La part en pourcentage de A dans E est t% signifie que, si l'effectif de l'ensemble E est ramené à une valeur de 100, alors l'effectif de la partie A vaut t. On a l'égalité :

$$\frac{\text{effectif de A}}{\text{effectif de E}} = \frac{t}{100}$$

Exemple :

Dans un ensemble de 35 personnes, 14 sont anglaises. On peut interpréter cette information sous deux formes :

Diagramme ensembliste :

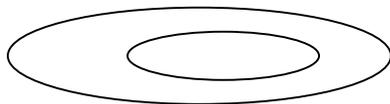


Tableau de proportionnalité :

	Quantité	Ramenée à 100
Partie : les anglais	14	
Total : l'ensemble	35	100

La part d'anglais est donc :

- en pourcentage : 40 %
- en fraction $\frac{14}{35} = \frac{2}{5}$
- en écriture décimale : 0,4

Remarques :

- Une part s'exprime en pourcentage (le plus souvent), en fraction ou en écriture décimale.
- Comme la partie est plus petite que le total, une part est toujours inférieure à 1 ou à 100%.

2) Trois exemples types

- Dans un bus de 68 passagers, il y a 56% de filles. Quel est le nombre, noté f, de filles ?

	Quantité	Ramenée à 100
Partie : les filles	f ?	56
Total : les passagers	68	100

$$\frac{f}{68} = \frac{56}{100} \text{ donc } f = \frac{68 \times 56}{100} = \frac{3808}{100} \approx 38$$

Il y a 38 filles dans ce bus.

Remarque : pour prendre t % d'un nombre, il suffit de le multiplier par $\frac{t}{100}$.

$$56 \% \text{ de } 68 \text{ signifie : } \frac{56}{100} \times 68 = 0,56 \times 68 = 38$$

- Dans une classe, il y a 15 garçons et ils représentent 60% des élèves. Quel est le nombre n d'élèves dans cette classe ?

	Quantité	Ramenée à 100
Partie : les garçons	15	60
Total : les élèves	n ?	100

$$\frac{15}{n} = \frac{60}{100} \text{ donc } n = \frac{15 \times 100}{60} = 25$$

Il y a 25 élèves dans la classe.

- Il y a 35 élèves dans une classe dont 19 filles. Quel est le pourcentage de filles parmi les élèves de la classe ?

	Quantité	Ramenée à 100
Partie : les filles	19	t ?
Total : la classe	35	100

$$\frac{19}{35} = \frac{t}{100} \text{ donc } t = 19 \times \frac{100}{35} \approx 0,5429 \text{ soit } 54,29 \%$$

Donc le pourcentage de filles dans la classe, à 0,1 % près, est 54,3 %.

3) Pourcentage de pourcentage

Théorie

Soit E l'ensemble de référence, A une partie de E et B une partie de A.
Si la part en pourcentage de A dans E est x % et la part en pourcentage de B dans A est de y % alors la part en pourcentage de B dans E est y % de x % que l'on calcule en faisant une multiplication.

Remarque : Dans les calculs , utiliser l'écriture décimale des pourcentages.

Exemple :

Dans un certain collège, 63% des élèves viennent à pied et 21 % des élèves venant à pied sont en sixième. Quel pourcentage des élèves du collège représentent les élèves de sixième venant à pied ?

On prend 21 % de 63 % des élèves :

$$\frac{21}{100} \times \frac{63}{100} = 0,21 \times 0,63 = 0,1323$$

Les sixièmes venant à pied représentent donc 13,23% des élèves du collèges .

A 1 % près, la réponse est 13 %.

IV. POURCENTAGE D'EVOLUTION

1) Coefficient multiplicatif

Lorsqu'une quantité passe de la valeur A à la valeur A', on appelle **coefficient multiplicatif** le nombre $\frac{A'}{A}$ souvent désigné par CM.

Si A est augmenté de t % alors $A' = A + A \times \frac{t}{100} = A \left(1 + \frac{t}{100} \right)$ donc $CM = 1 + \frac{t}{100}$

Si A est diminué de t % alors $A' = A - A \times \frac{t}{100} = A \left(1 - \frac{t}{100} \right)$ donc $CM = 1 - \frac{t}{100}$

Conclusion :

Augmenté A de t % c'est multiplier A par $CM = 1 + \frac{t}{100}$

Diminuer A de t % c'est multiplier A par $CM = 1 - \frac{t}{100}$

Exemples :

Un vêtement coûte 150 € et augmente de 20 %. Quel est son nouveau prix ?

$$CM = 1 + \frac{20}{100} = 1 + 0,20 = 1,20 \text{ donc le nouveau prix est de } 150 \times 1,20 = 180 \text{ €}$$

Pour les soldes, le vendeur accorde 20 % de remise. Quel est son nouveau prix ?

$$CM = 1 - \frac{20}{100} = 1 - 0,20 = 0,8. \text{ Le nouveau prix est de } 180 \times 0,8 = 144 \text{ €}$$

2) Calculer un pourcentage d'évolution

Connaissant la valeur initiale et la valeur finale d'une quantité, on déduit que

$CM = \frac{\text{valeur finale}}{\text{valeur initiale}}$, et on déduit le pourcentage d'évolution.

Si $CM > 1$, il s'agit d'une augmentation et l'écriture décimale du pourcentage d'augmentation est $CM - 1$.

Si $CM < 1$, il s'agit d'une diminution et l'écriture décimale du pourcentage de diminution est $CM - 1$.

Exemple :

Si valeur initiale = 160 et valeur finale = 200 alors $CM = \frac{200}{160} = 1,25$.

$1,25 - 1 = 0,25$; On en déduit que le pourcentage d'augmentation est de 25 %.

Si valeur initiale = 180 et valeur finale = 150 alors $CM = \frac{150}{180} \approx 0,833$.

$1 - 0,833 = 0,167$; On en déduit que le pourcentage de diminution est d'environ 16,7 %.