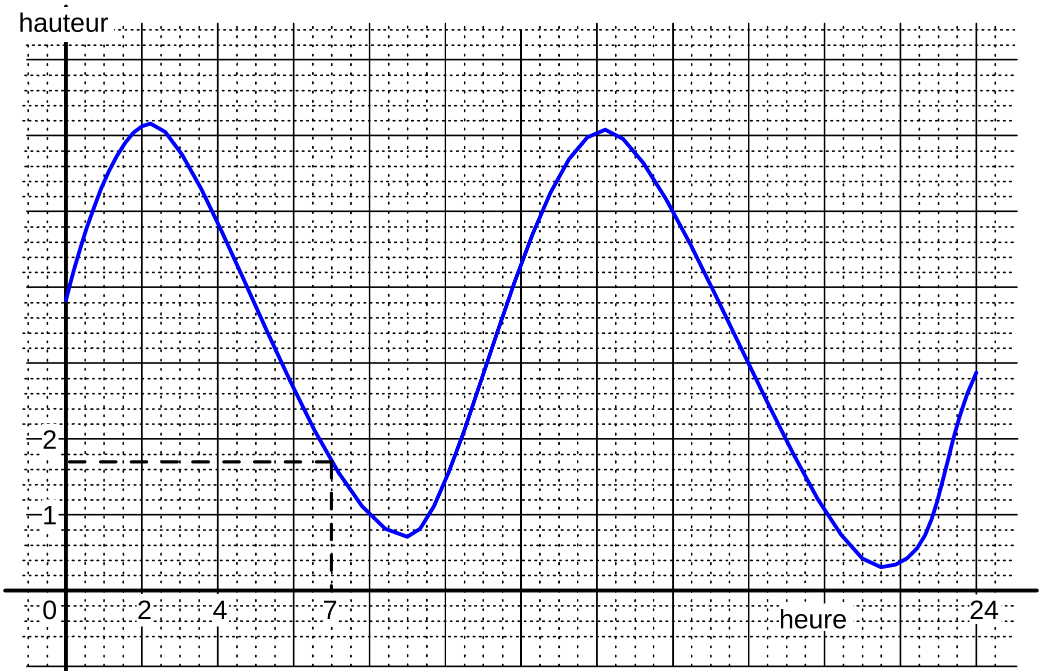
Fonctions
Courbes

Exemple

On a relevé, dans le port de Dunkerque les hauteurs d'eau le 11 septembre 1999.
Les résultats sont donnés sur le graphique suivant :



Remarque

A chaque instant x de la journée correspond une hauteur d'eau et une seule.
On dit que la hauteur de l'eau est fonction de l'heure.
On peut lire sur le graphique que la hauteur de l'eau à 7 heures est de 1,7 m environ.

Définition

Soit D une partie de l'ensemble $\mathbb{R}$.
On définit une fonction f de D dans $\mathbb{R}$, en associant à chaque réel x de D, un réel et un seul noté $f(x)$ et que l'on appelle l'image de x par f.
La fonction est notée

$$f : \begin{array}{l} D \to \mathbb{R} \\ x \mapsto f(x) \end{array}$$

L'ensemble D est appelé ensemble de définition de la fonction f.

Remarque

Dans l'exemple précédent $f(x)$ désigne la hauteur de l'eau à l'heure x on notera

$$f : \begin{array}{l} [0\,;\,24] \to \mathbb{R} \\ x \mapsto f(x) \end{array}$$

D'après le dessin la hauteur de l'eau à 7 heures est de 1,7 m environ , on écrira $f(7) = 1{,}7$
(mais on n'oubliera pas que la valeur 1,7 déterminée à partir du dessin n'est sans doute pas exacte)

Définition

On appelle représentation graphique d'une fonction numérique f l'ensemble des points de coordonnées $(x\,;\,y)$ pour lesquels y est l'image de x par f, c'est-à-dire l'ensemble des points pour lesquels on a $y = f(x)$.
Cet ensemble de points s'appelle aussi courbe représentative de f ou courbe d'équation $y = f(x)$.

Remarque

Une représentation graphique est un dessin, sa précision n'est donc pas parfaite.
L'utilisation d'une représentation graphique permettra de donner des valeurs dont on sait qu'elles ne sont sans doute pas exactes.

Exercice 1

Le graphique ci-contre représente une fonction f définie sur $[-3\ ;\ 3]$
En utilisant ce graphique :

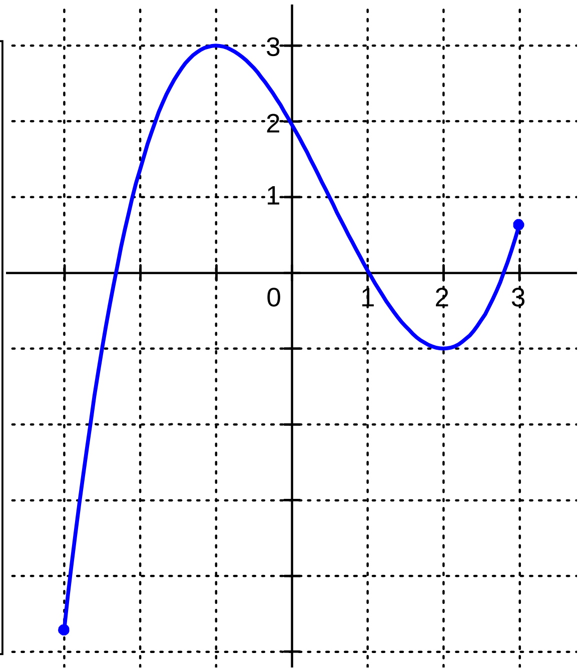
1°)Déterminer l'image de $-1{,}5$.

2°)Déterminer les réels x ayant pour image 1.

3°)Quel est le maximum de la fonction f sur $[-3\ ;\ 3]$.
En quel valeur ce maximum est-il atteint ?

4°)Quel est le minimum de la fonction f sur $[-3\ ;\ 3]$.
En quel valeur ce minimum est-il atteint ?

5°)Indiquer le sens de variation de la fonction f et donner le tableau des variations de f sur $[-3\ ;\ 3]$.



Solution

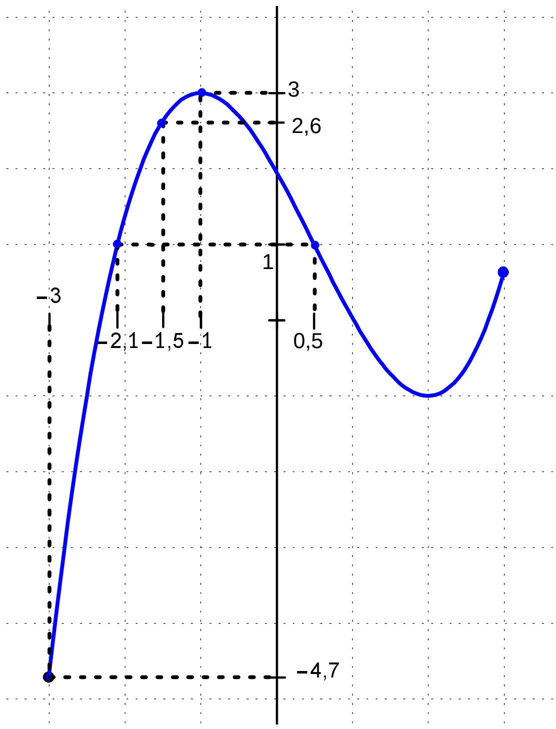
1°)Le point de la courbe ayant pour abscisse $-1{,}5$ a pour ordonnée 2,6. On a donc $f(-1{,}5) = 2{,}6$.

2°)Il y a sur la courbe deux points d'ordonnée 1.
Ces points ont pour abscisses respectives $-2{,}1$ et 0,5
Il y a donc deux réels ayant pour image 1 par f, ce sont les réels $-2{,}1$ et 0,5.

3°)Le point de la courbe ayant la plus grande ordonnée est le point de coordonnées $(-1\ ;\ 3)$
La fonction f a donc pour maximum 3.
Ce maximum est atteint pour $x = -1$

4°)Le point de la courbe ayant la plus petite ordonnée est le point de coordonnées $(-3\ ;\ -4{,}7)$
La fonction f a donc pour minimum $-4{,}7$.
Ce minimum est atteint pour $x = -3$

5°)La courbe "monte" lorsque x varie de -3 à -1.
La fonction f est donc **croissante** sur $[-3\ ;\ -1]$.
La courbe "descend" lorsque x varie de -1 à 2.
La fonction f est donc **décroissante** sur $[-1\ ;\ 2]$.
La courbe "monte" lorsque x varie de 2 à 3.
La fonction f est donc **croissante** sur $[2\ ;\ 3]$.
On peut donner le tableau de variations de f, en remarquant à partir de la courbe que :
$f(-3) = -4{,}7$; $f(-1) = 3$; $f(2) = -1$; $f(3) = 0{,}7$



x	-3		-1		2		3
$f(x)$	$-4{,}7$	↗	3	↘	-1	↗	$0{,}7$

Bien entendu, les réponses étant données à partir d'un graphique qui n'est jamais parfait, les valeurs données sont toujours des valeurs approchées.

Exercice 2

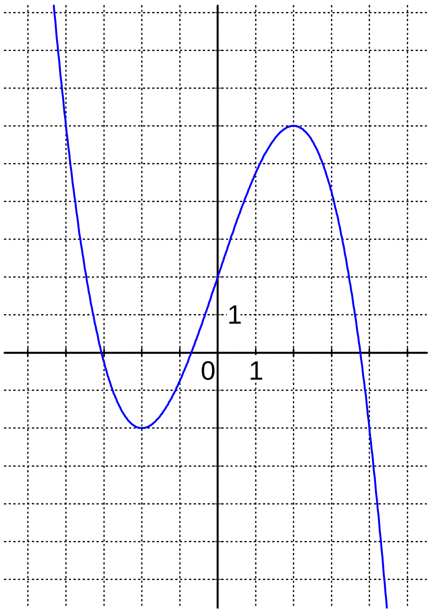
Le graphique ci-contre représente une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
En utilisant ce graphique :

1°) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

2°) Résoudre l'équation $f(x) = 3$.

3°)Résoudre l'équation $f(x) = -4$.

4°)Résoudre l'équation $f(x) = -x + 1$.



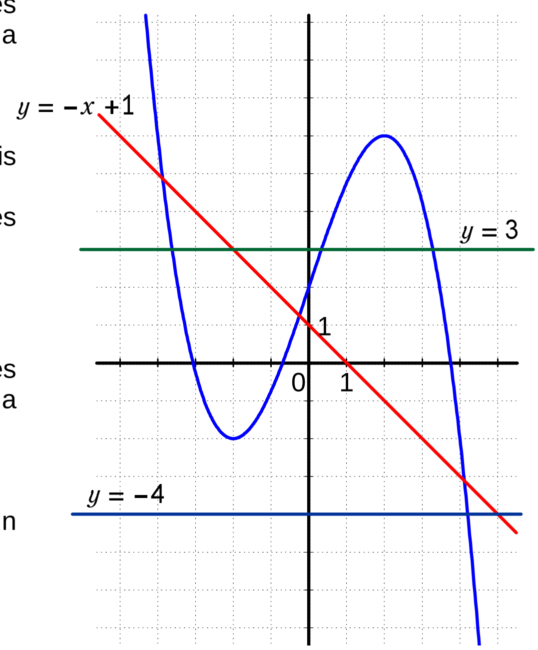
Solution

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$, la courbe qui est tracée est donc une représentation graphique partielle.
Les résultats sont donnés en supposant que f ne change pas de sens de variation en dehors des intervalles visibles sur le dessin. On suppose donc que f est décroissante sur $]-\infty ; -2]$ et décroissante sur $[2 ; +\infty[$. Les résultats étant obtenus à partir du graphique, toutes les valeurs sont approchées.

Rappel : les points se trouvant sur la courbe ont des coordonnées $(x ; y)$ telles que $y = f(x)$, c'est-à-dire que leur ordonnée y est l'image de leur abscisse x.

1°)Résoudre l'équation $f(x) = 0$, c'est déterminer les abscisses (valeurs de x) des points d'intersection de la courbe et de la droite d'équation $y = 0$ (intersection de la courbe et de l'axe Ox des abscisses).
On peut remarquer graphiquement que la courbe a trois points d'intersection avec l'axe Ox.
Ces points ont pour abscisses respectives $-3,1$; $-0,7$ et $3,8$.
L'équation $f(x) = 0$ a donc trois solutions qui sont $-3,1$; $-0,7$ et $3,8$.

2°)Résoudre l'équation $f(x) = 3$, c'est déterminer les abscisses (valeurs de x) des points d'intersection de la courbe et de la droite d'équation $y = 3$.
On trace donc la droite d'équation $y = 3$.
(c'est une droite parallèle à Ox)
On peut remarquer graphiquement que la courbe a trois points d'intersection avec cette droite.
Ces points ont des abscisses respectives à peu près égales à $-3,6$; $0,3$ et $3,3$.
L'équation $f(x) = 3$ a donc trois solutions qui sont :
$-3,6$; $0,3$ et $3,3$.



3°)Résoudre l'équation $f(x) = -4$, c'est déterminer les abscisses (valeurs de x) des points d'intersection de la courbe et de la droite d'équation $y = -4$.
On trace donc la droite d'équation $y = -4$.
(c'est une droite parallèle à Ox)
On peut remarquer graphiquement que la courbe a un point d'intersection avec la droite.
Ce point a pour abscisse $4,2$.
L'équation $f(x) = -4$ a donc pour solution $4,2$.

4°)Résoudre l'équation $f(x) = -x + 1$, c'est déterminer les abscisses (valeurs de x) des points d'intersection de la courbe et de la droite d'équation $y = -x + 1$.
On trace donc la droite d'équation $y = -x + 1$.
On peut remarquer graphiquement que la courbe a trois points d'intersection avec cette droite.
Ces points ont pour abscisses respectives $-3,9$; $-0,3$ et $4,1$.
L'équation $f(x) = -x + 1$ a donc trois solutions qui sont $-3,9$; $-0,3$ et $4,1$.

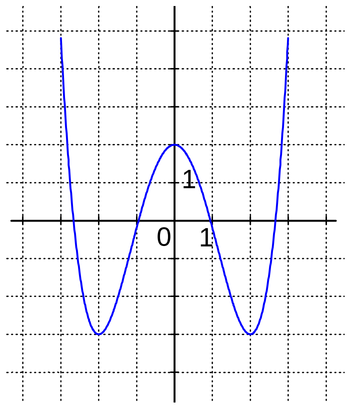
Exercice 3

Le graphique ci-contre représente une fonction f définie sur $[-3\ ;\ 3]$
En utilisant ce graphique :

1°) Résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant 0$.

2°) Résoudre l'inéquation $f(x) > 1$.

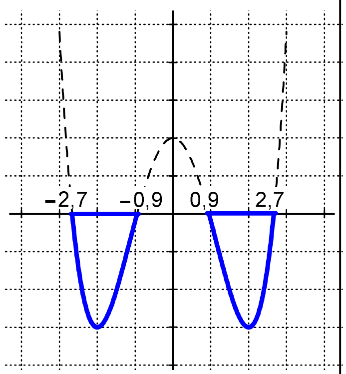
3°)Résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant \frac{1}{2}x - 3$.



Solution

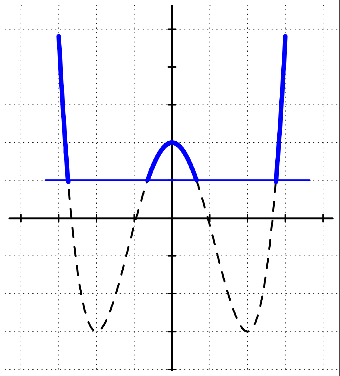
Les résultats étant obtenus à partir du graphique, toutes les valeurs sont approchées.
Rappel : les points se trouvant sur la courbe ont des coordonnées $(x\ ;\ y)$ telles que $y = f(x)$.

1°) Résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant 0$, c'est déterminer les abscisses (valeurs de x) des points de la courbe ayant une ordonnée négative, c'est-à-dire les abscisses des points de la courbe se trouvant au-dessous de la droite d'équation $y = 0$ (axe Ox).
La partie de la courbe se situant au-dessous de l'axe Ox a été représentée en gras sur le dessin ci-contre.
Elle correspond à des valeurs de x appartenant à l'intervalle $[-2{,}7\ ;\ -0{,}9]$ ou à l'intervalle $[0{,}9\ ;\ 2{,}7]$.
L'inéquation $f(x) \leqslant 0$ a pour ensemble de solution :
$S = [-2{,}7\ ;\ -0{,}9] \cup [0{,}9\ ;\ 2{,}7]$.



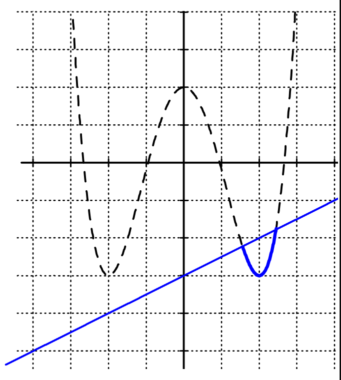
Remarque : l'inéquation est une inéquation large ($\leqslant$), les bornes des intervalles sont donc des solutions (elles correspondent à $f(x) = 0$).
L'ensemble des solutions est donc donné avec des intervalles fermés

2°) Résoudre l'inéquation $f(x) > 1$, c'est déterminer les abscisses (valeurs de x) des points de la courbe ayant une ordonnée strictement supérieure à 1, c'est-à-dire les abscisses des points de la courbe se trouvant strictement au-dessus de la droite d'équation $y = 1$.
La partie de la courbe se situant au-dessus de la droite d'équation $y = 1$ a été représentée en gras sur le dessin ci-contre.
Elle correspond à des valeurs de x appartenant à l'intervalle $[-3\ ;\ -2{,}8[$ ou à l'intervalle $]-0{,}7\ ;\ 0{,}7[$ ou à l'intervalle $]2{,}8\ ;\ 3]$.
L'inéquation $f(x) > 1$ a pour ensemble de solution :
$S = [-3\ ;\ -2{,}8[\cup]-0{,}7\ ;\ 0{,}7[\cup]2{,}8\ ;\ 3]$.



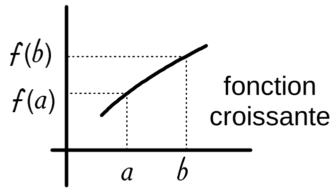
Remarque : l'inéquation est une inéquation stricte (>), les bornes $-2{,}8$; $-0{,}7$; $0{,}7$ et $2{,}8$ ne sont donc pas des solutions .
Les intervalles sont donc ouverts en ces bornes.

3°) Résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant \frac{1}{2}x - 3$, c'est déterminer les abscisses (valeurs de x) des points de la courbe ayant une ordonnée inférieure à $\frac{1}{2}x - 3$, c'est-à-dire les abscisses des points de la courbe se trouvant au-dessous de la droite d'équation $y = \frac{1}{2}x - 3$.
La partie de la courbe se situant au-dessous de la droite d'équation $y = \frac{1}{2}x - 3$ a été représentée en gras sur le dessin ci-contre.
Elle correspond à des valeurs de x appartenant à $[1{,}6\ ;\ 2{,}4]$.
L'inéquation $f(x) \leqslant \frac{1}{2}x - 3$ a pour ensemble de solution $[1{,}6\ ;\ 2{,}4]$.

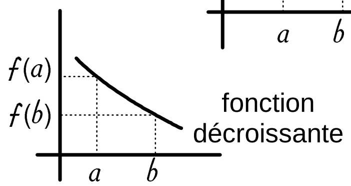


Rappel

- Si une fonction f est croissante sur un intervalle I, alors :
  pour tout $a \in$ I et tout $b \in$ I tels que $a \leqslant b$, on a $f(a) \leqslant f(b)$.
  (Une fonction croissante conserve l'ordre)



- Si une fonction f est décroissante sur un intervalle I, alors
  pour tout $a \in$ I et tout $b \in$ I tels que $a \leqslant b$, on a $f(a) \geqslant f(b)$.
  (Une fonction décroissante inverse l'ordre)



Exercice 4

On donne ci-contre le tableau de variations de la fonction f :

x	-1		0		2		4
$f(x)$	0	↗	2	↘	-3	↗	-2

En utilisant les renseignements donnés par ce tableau :
1°) Donner la valeur de $f(0)$.
2°) Les points A$(0\ ;\ -1)$ et B$(2\ ;\ -3)$ sont-ils sur la courbe représentative de f ?
3°) Décrire le sens de variation de f.
4°) Tracer une courbe pouvant représenter la fonction f.
5°) Comparer $f(1,5)$ et $f(1,8)$.
6°) Comparer $f(-0,5)$ et $f(-0,8)$.

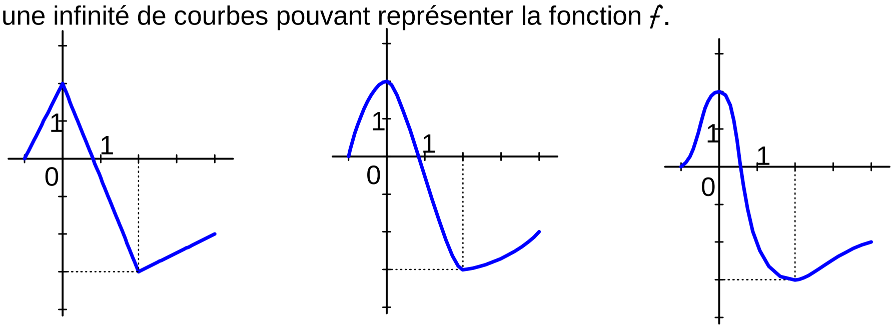
Solution

1°) D'après le tableau de variation, lorsque $x = 0$, on a $f(x) = 2$, donc $f(0) = 2$.

2°) D'après la question précédente on a $f(0) = 2$ et par conséquent $f(0) \neq -1$.
Le point A$(0\ ;\ -1)$ n'est donc pas un point de la courbe représentative de f.
(Rappel : les points de la courbe représentative de f sont les points de coordonnées $(x\ ;\ f(x))$.)
D'après le tableau de variation, lorsque $x = 2$, on a $f(x) = -3$, donc $f(2) = -3$.
Le point B$(2\ ;\ -3)$ est donc un point de la courbe représentative de f.

3°) D'après le tableau de variation, la fonction f est : croissante sur $[-1\ ;\ 0]$
décroissante sur $[0\ ;\ 2]$
croissante sur $[2\ ;\ 4]$.

4°) On peut dessiner une infinité de courbes pouvant représenter la fonction f.
<u>Exemples :</u>



5°) On a vu que la fonction f est décroissante sur $[0\ ;\ 2]$.
$1,5 \in [0\ ;\ 2]$; $1,8 \in [0\ ;\ 2]$ et on a $1,5 \leqslant 1,8$ on peut donc en déduire que $f(1,5) \geqslant f(1,8)$.
(Une fonction décroissante inverse l'ordre)

6°) On a vu que la fonction f est croissante sur $[-1\ ;\ 0]$.
$-0,5 \in [-1\ ;\ 0]$; $-0,8 \in [-1\ ;\ 0]$ et $-0,8 \leqslant -0,5$ on peut donc en déduire que $f(-0,8) \leqslant f(-0,5)$.
(Une fonction croissante conserve l'ordre)

Exercice 5

On considère la fonction f définie sur $[1974 ; 1998]$ dont on donne ci-dessous un tableau de valeurs :

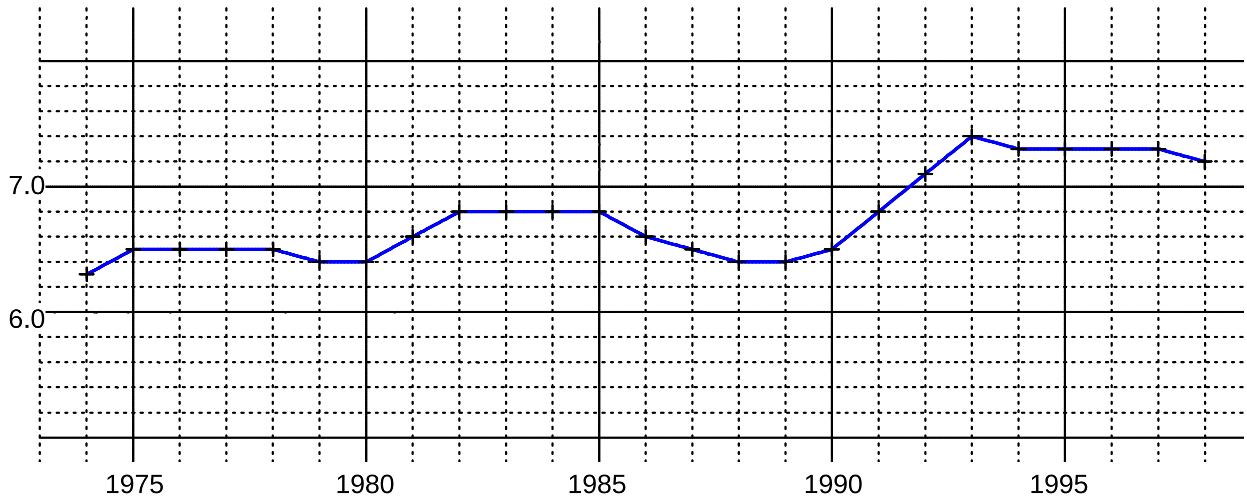
x	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986
$f(x)$	6,3	6,5	6,5	6,5	6,5	6,4	6,4	6,6	6,8	6,8	6,8	6,8	6,6

x	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
$f(x)$	6,5	6,4	6,4	6,5	6,8	7,1	7,4	7,3	7,3	7,3	7,3	7,2

1°)Donner une représentation graphique de f.
2°)Que peut-on dire du sens de variation de f sur $[1985 ; 1988]$, sur $[1989 ; 1993]$, sur $[1994 ; 1997]$.
3°)Quel est le maximum de f sur $[1974 ; 1998]$, en quelle valeur ce maximum est-il atteint ?
4°)Quel est le minimum de f sur $[1974 ; 1998]$, en quelle valeur ce minimum est-il atteint ?
5°)Les données du tableau ci-dessus représentent la dépense intérieure d'éducation rapportée au PIB, en pourcentage. (source : Ministère de l'Education). La courbe correspondante, publiée dans une revue était titrée : "Les dépenses d'éducation stagnent depuis 1993". Que pensez vous de ce titre ?

Solution

1°)Pour donner une représentation graphique de f, on place les points dont les coordonnées correspondent au tableau de valeurs et on les relie par des segments de droite (on dit dans ce cas que la courbe est obtenue par interpolation linéaire), ou par une courbe la plus "harmonieuse" possible.



2°)Sur l'intervalle $[1985 ; 1988]$ la fonction f est décroissante ;
sur l'intervalle $[1989 ; 1993]$ la fonction f est croissante ;
et sur l'intervalle $[1994 ; 1997]$ la fonction f est constante.

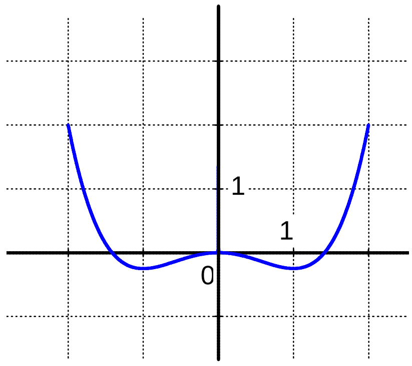
3°)Le point de la courbe ayant l'ordonnée la plus grande est le point de coordonnées (1993 ; 7,4).
La fonction f a donc pour maximum 7,4.   Ce maximum est atteint en 1993.

4°)Le point de la courbe ayant l'ordonnée la plus petite est le point de coordonnées (1974 ; 6,3).
La fonction f a donc pour minimum 6,3.   Ce minimum est atteint en 1974.

5°)Le titre fait référence à l'alllure de la courbe à partir de 1993. Cette courbe étant presque horizontale, la fonction est presque constante, d'où l'idée de stagnation. Il est à noter que c'est le pourcentage des dépenses d'éducation par rapport au PIB qui stagne et non la dépense en elle-même.

Exercice 6

On considère la fonction f définie sur $[-2 ; 2]$ et dont la représentation graphique est donnée ci-contre.



1°)Décrire le sens de variation de f.

2°)Donner le minimum et le maximum de f sur $[-2 ; 2]$.

3°)Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 1$.

Solution

Rappel : Les réponses sont données en utilisant la courbe, elles sont donc approchées et sujettes aux imprécisions du graphique.

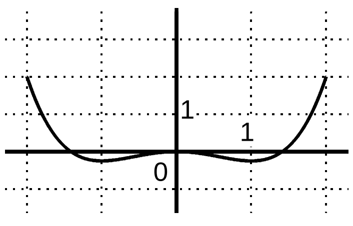
1°)La fonction f est décroissante sur $[-2 ; -1]$, croissante sur $[-1 ; 0]$, décroissante sur $[0 ; 1]$ et croissante sur $[1 ; 2]$.

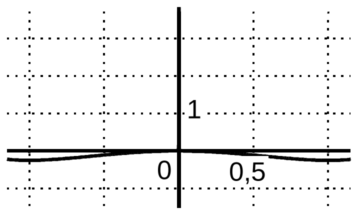
2°)Les points de la courbe ayant l'ordonnée la plus petite sont les points de coordonnées $(-1 ; -0{,}25)$ et $(1 ; -0{,}25)$. La fonction f a donc pour minimum $-0{,}25$ et ce minimum est atteint en -1 et en 1.
Les points de la courbe ayant l'ordonnée la plus grande sont les points de coordonnées $(-2 ; 2)$ et $(2 ; 2)$. La fonction f a donc pour maximum 2 et ce maximum est atteint en -2 et en 2.

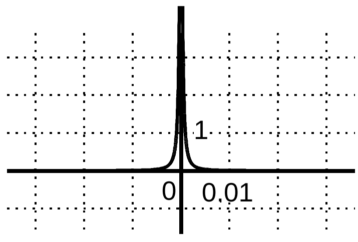
3°)Les solutions de l'équation $f(x) = 1$ sont les abscisses des points d'intersection de la courbe et de la droite d'équation $y = 1$. En traçant sur le dessin la droite d'équation $y = 1$, on observe deux points d'intersection avec la courbe. Ces points ont pour abscisses respectives $-1{,}7$ et $1{,}7$.
L'équation $f(x) = 1$ a donc deux solutions qui sont $-1{,}7$ et $1{,}7$.

Suite de l'exercice 6

On a effectué des agrandissements de la représentation graphique de f au voisinage du point de coordonnées $(0 ; 0)$.





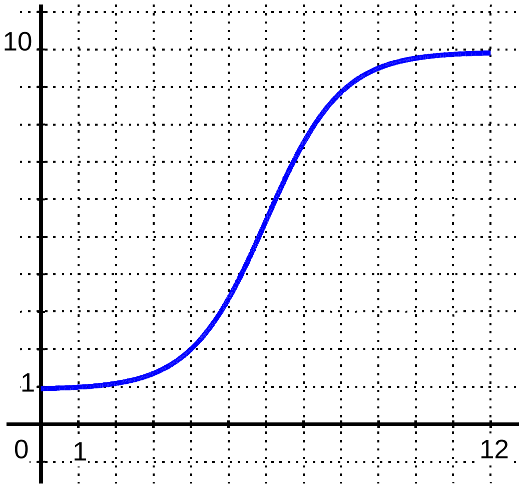


4°)Après avoir observé ces agrandissements, que pouvez-vous dire des réponses données aux questions 1°), 2°) et 3°) ?

5°)La fonction f est définie par : $f(x) = \dfrac{x^4}{4} - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{1}{(1000x)^2 + 0{,}1}$.
Avec une calculatrice donner des valeurs approchées de $f(0{,}1)$; $f(0{,}01)$; $f(0{,}001)$; $f(0{,}0001)$; $f(0)$.

Exercice 7

La courbe ci-contre représente la fonction f : fréquentation en milliers de personnes par mois d'un site Web pour la période de janvier à décembre.
En utilisant cette courbe répondre aux questions suivantes :



1°)Quel est le sens de variation de la fonction f ?

2°)Quelle différence peut-on faire entre la variation de f sur $[0 ; 5]$ et la variation de f sur $[7 ; 12]$?

3°)Tracer sur le dessin la droite T4 d'équation $y = x - 2$.
Cette droite T4 qui "touche" la courbe au point A(4 ; 2) est appelée tangente à la courbe au point A d'abscisse 4.
Donner le coefficient directeur (la pente) de T4.

4°)Tracer la tangente T9 à la courbe au point B(9 ; 9,5), c'est-à-dire la droite T9 qui "touche" la courbe au point B d'abscisse 9.
Évaluer, à partir du dessin, le coefficient directeur de T9.

5°)On considère la tangente Tx à la courbe en son point M d'abscisse x.
Comment varie le coefficient directeur de la tangente Tx lorsque x varie de 0 à 5, lorsque x varie de 7 à 12 ?

6°)Pouvez-vous imaginer des conditions pratiques justifiant l'évolution du nombre de fréquentations de ce site web ?

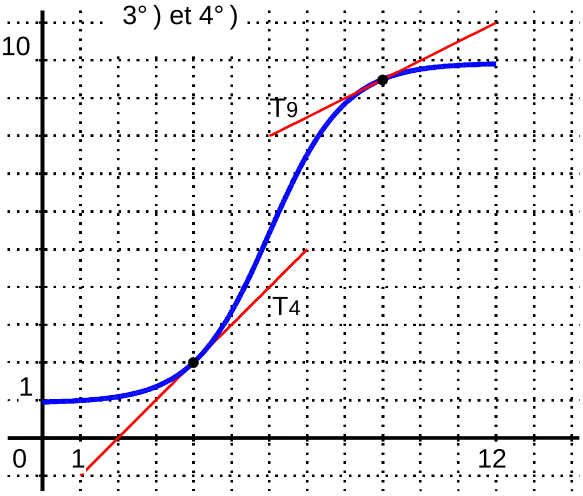
Solution

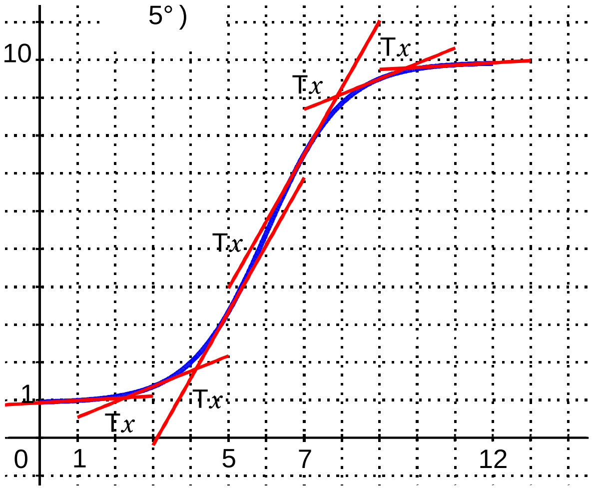
1°)D'après le graphique, la fonction f est croissante sur $[0 ; 12]$.

2°)Sur l'intervalle $[0 ; 5]$ ainsi que sur l'intervalle $[7 ; 12]$, la fonction f est croissante, mais on peut remarquer sur le dessin que cette croissance s'accélère sur $[0 ; 5]$ alors qu'elle ralentit sur $[7 ; 12]$.

3°)On peut tracer la droite T4 d'équation $y = x - 2$, en notant que pour $x=2$; $y=0$ et pour $x = 4$, $y = 2$
Le coefficient directeur de T4 est le coefficient a de l'équation $y = ax + b$, c'est-à-dire $a = 1$.

4°)On trace la tangente T9, son coefficient directeur est à peu près égal à 0,5 c'est-à-dire que lorsque x varie de 1, y varie de 0,5. (et lorsque x varie de 2, y varie de 1)





5°)En imaginant la tangente Tx au point M de la courbe d'abscisse x, on peut remarquer que le coefficient directeur de Tx va augmenter lorsque x varie de 0 à 5, c'est-à-dire que la tangente est de plus en plus verticale, alors que ce coefficient directeur va diminuer lorsque x varie de 7 à 12, c'est-à-dire que la tangente est de plus en plus horizontale. On peut remarquer que sur l'intervalle $[0 ; 5]$, la concavité de la courbe est dirigée vers le haut, alors que sur l'intervalle $[7 ; 12]$, la concavité est dirigée vers le bas.

6°)Une publicité à direction du public intéressé par ce site web peut avoir augmenté la croissance du site. Lorsque la publicité a atteint le public concerné, la croissance a tendance à ralentir.

Exercice 8

Le tableau ci-dessous donne, en milliards de francs, la dette publique de l'Etat.
(source : Ministères des Finances).
On note D(n) la dette publique de l'Etat, en milliards de francs, pour l'année n.

Année n	1990	1995	1996	1997	1998	1999
Dette D(n)	1704	3254	3542	3785	4021	4290

1°)Quelles sont les valeurs de D(1990) et D(1995) ?

2°)On appelle (C) la courbe représentative de la fonction D.
Placer sur un dessin les points de la courbe correspondant au tableau des données.
Tracer la courbe en supposant que l'on peut relier les points par des segments de droite.
(On dit dans ce cas que la courbe est obtenue par interpolation linéaire)

3°)Déterminer à partir de la courbe le montant de la dette publique de l'Etat en 1993.

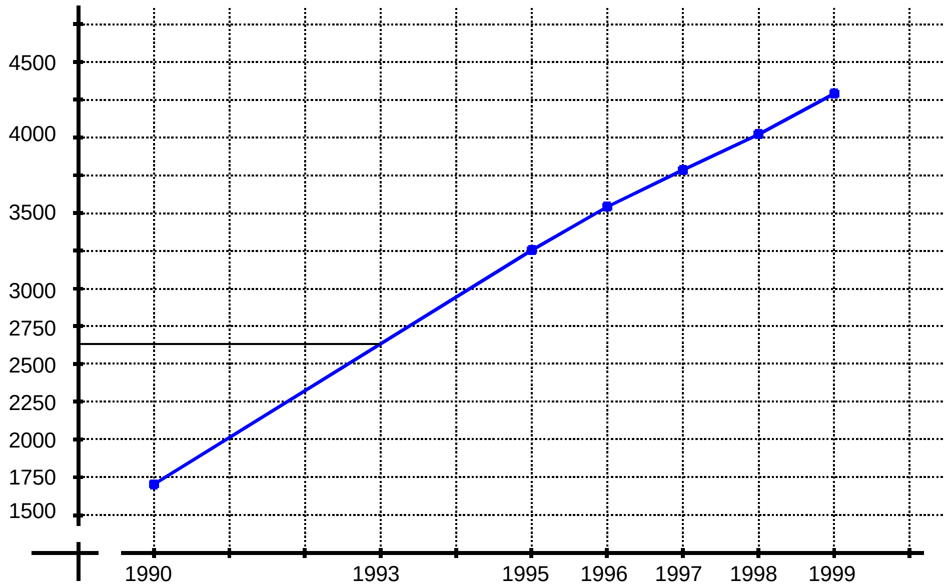
4°)Retrouver ce résultat par le calcul.

Remarque : Lorsqu'on détermine une valeur en assimilant une courbe à un segment de droite, on dit que l'on effectue une interpolation linéaire.

Solution

1°)D'après le tableau de valeurs, on a D(1990) = 1704 et D(1995) = 3254.

2°)



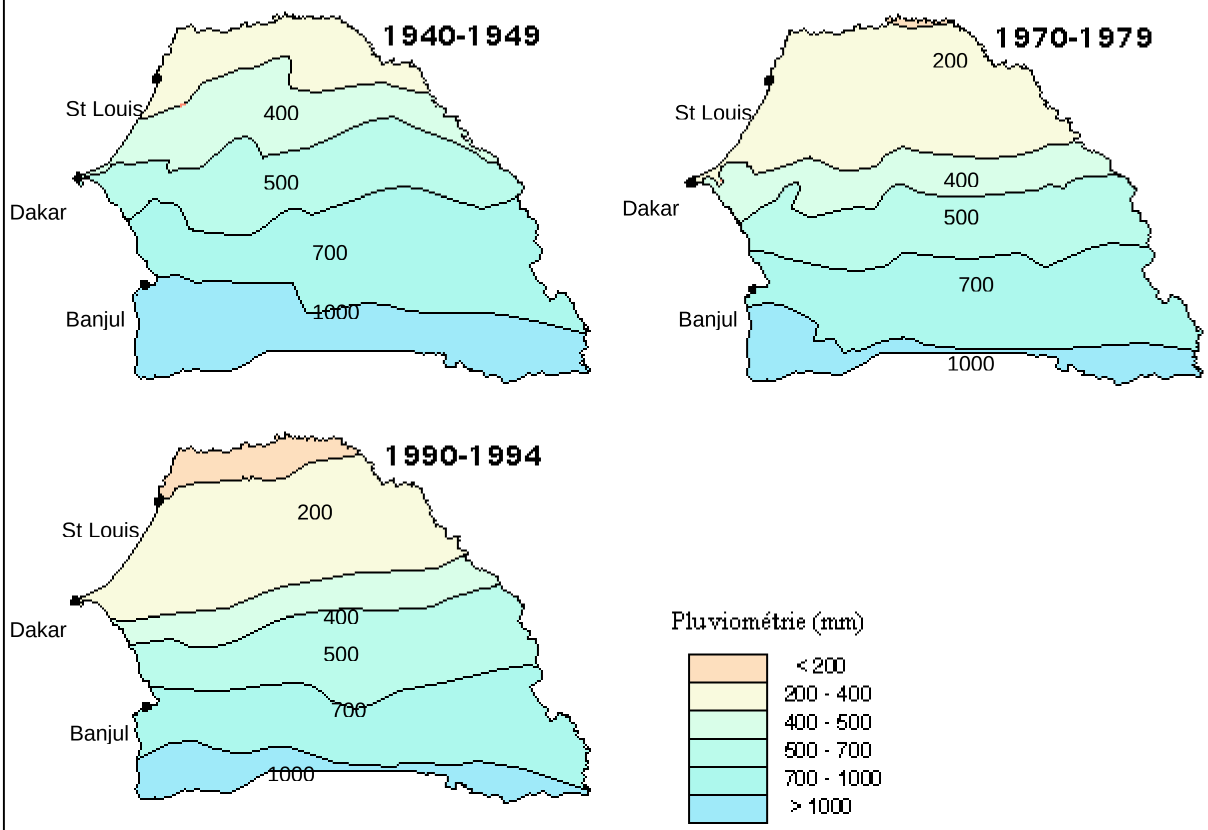
3°)On peut lire sur la courbe que le point d'abscisse 1993 a une ordonnée à peu près égale à 2650.
On en déduit que D(1993) ≈ 2650.
Le montant de la dette publique en 1993 est évalué graphiquement à 2650 milliards de francs.

4°)On sait que D(1990) = 1704 et D(1995) = 3254.
On peut donc calculer le coefficient directeur du segment de droite joignant les deux points d'abscisses respectives 1990 et 1995.
Ce coefficient directeur est : $\dfrac{3254 - 1704}{1995 - 1990} = \dfrac{1550}{5} = 310$
Cela signifie que l'augmentation de la dette entre 1990 et 1995 est de 310 milliards de francs par an.
On peut alors déterminer la dette en 1993 à partir de la dette en 1990 :
D(1993) = D(1990) + (1993 − 1990) x 310 , c'est-à-dire D(1993) = D(1990) + 3 x 310 .
donc D(1993) = 1704 + 930 = 2634.
Le montant de la dette publique en 1993 est évalué par le calcul à 2634 milliards de francs.

On pourrait faire un calcul similaire à partir de la dette en 1995 :
D(1993) = D(1995) + (1993 − 1995) x 310 = D(1995) − 2 x 310 = 3254 − 620 = 2634.

Exercice 9

Vous trouverez ci-dessous des cartes du Sénégal indiquant sous forme de courbes de niveau la pluviométrie annuelle en mm pour la période indiquée.



1°)Comment pouvez-vous interpréter les différentes lignes de niveau et leur évolution dans le temps ?

2°)Quel est le niveau de pluviométrie à St Louis entre 1970 et 1979 ?

3°)Quel est le niveau de pluviométrie à Dakar pour les trois périodes considérées ?

Solution

1°)Sur les trois cartes, les différentes lignes de niveau montrent que la pluviométrie augmente assez régulièrement lorsque l'on va du nord au sud du Sénégal.
En comparant ces trois cartes, on peut constater que la pluviométrie a globalement et régulièrement diminué durant le demi-siècle dernier, conduisant à une désertification du nord du pays.

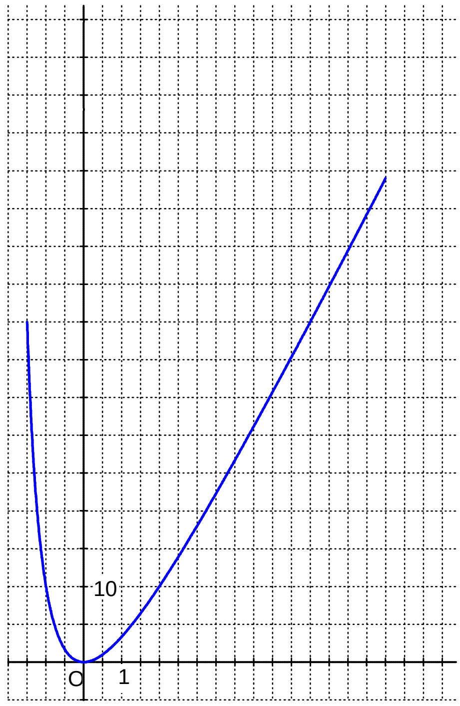
2°)Le niveau de pluviométrie à St Louis entre 1970 et 1979 est compris entre 200 et 400 mm par an.

3°)Le niveau de pluviométrie à Dakar :
pour la période 1940-1949 il est compris entre 400 et 500 mm par an.
pour la période 1970-1979 il est compris entre 200 et 400 mm par an.
pour la période 1940-1949 il est compris entre 200 et 400 mm par an.

Fonctions
Exercices supplémentaires

Exercice 10

On donne ci-contre la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-1{,}5\ ;\ 8]$.



1°)Donner le tableau de variations de f sur $[-1{,}5\ ;\ 8]$.
On précisera dans ce tableau les images de $-1{,}5$ et de 8.

2°)Résoudre graphiquement sur l'intervalle $[-1{,}5\ ;\ 8]$:

a) $f(x) = 10$

b) $f(x) = 54$

c) $f(x) \leqslant 20$

3°)Tracer sur le dessin la droite (D) d'équation $y = 5x + 10$.

a) Donner les coordonnées des points d'intersection de la courbe et de la droite (D).

b) En déduire graphiquement les solutions de l'équation $f(x) = 5x + 10$.

Exercice 11

Un artisan fabrique des objets en bois qu'il propose ensuite aux touristes de passage au prix de 50F.
Il estime que le coût de production de x objets est donné par :
$C(x) = x^2 + 20x + 120$, x étant compris entre 1 et 30.

1°)Reproduire et compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	1	3	4	5	10	15	20	25	26	30
$C(x)$										

2°)Construire, à partir du tableau de valeurs du 1°), la courbe représentative de C dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unités graphiques : 1cm pour 5 objets sur l'axe des abscisses,
1 cm pour 100 F sur l'axe des ordonnées.

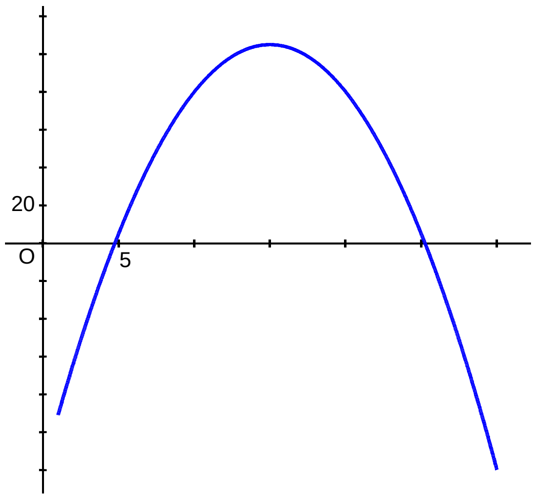
3°)a) Montrer que la recette réalisée pour la vente de x objets est $R(x) = 50x$.

b) Tracer la représentation graphique de R sur le dessin précédent.

c) Déterminer graphiquement le nombre d'objets à vendre pour que la recette soit supérieure au coût.

4°)Montrer que le bénéfice (ou la perte) réalisée après la fabrication et la vente de x objets est donné par $B(x) = -x^2 + 30x - 120$
où x est pris dans $[1\ ;\ 30]$.

5°)On donne ci-contre la représentation graphique de B.



a) Retrouver sur ce graphique le nombre minimal d'objets à fabriquer pour que le bénéfice soit positif.

b) Déterminer à partir de ce graphique le nombre d'objets à fabriquer et à vendre pour faire un bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice maximal ?

Fonctions
Utilisation du tableur

Les représentations graphiques de fonctions sont obtenues avec Excel en choisissant le type de graphique "Nuage de points", on choisira de préférence un sous-type de courbe avec "lissage" qui permet "d'arrondir" les courbes.
Ne pas choisir le type "Courbes" qui ne permet pas une graduation correcte de l'axe des abscisses.

Exercice 05

Sur la feuille "fonction f" du classeur "fct05.xls", compléter le tableau de valeurs de la fonction f.
(On pensera à utiliser les techniques de recopie pour les années).
Faire un graphique représentant f.

Exercice 06

Sur la feuille "fonction f" du classeur "fct06.xls" se trouve un graphique de la fonction f.
La modification des valeurs de "x mini" et "x maxi" contenues dans les cellules B2 et B3 entrainera la modification du graphique correspondant.
Donnez successivement à "x mini" et "x maxi" les valeurs suivantes :
-1 et 1 ; $-0{,}1$ et 0,1 ; $-0{,}01$ et 0,01 ; $-0{,}001$ et 0,001
Constater la correspondance avec les courbes données en mathématiques.
Quelle est la valeur de $f(0)$? ....
Redonner à "x mini" et "x maxi" les valeurs d'origine c'est-à-dire -2 et 2.
Modifier la couleur du tracé de la courbe.
Constater et expliquer : ....
....

Exercice 10

1°)Ouvrir la feuille "fonction f" du classeur "fct10.xls". (Vous penserez à utiliser les techniques de recopie)
Sur la ligne 1, mettre les valeurs de x variant de $-1{,}5$ à 8 par pas de 0,5 .
Sur la ligne 2, écrire la formule permettant de calculer $f(x)$: on donne $f(x) = \dfrac{10x^2}{x+2}$
Vérifier que $f(0) = 0$; $f(2) = 10$. Afficher les valeurs de $f(x)$ arrondies à l'entier le plus proche.
2°)a) Faire sur cette même feuille un graphique représentant la fonction f.
b) Facultatif : faire apparaître sur l'axe des abscisses les valeurs de x variant par pas de 1.
faire apparaître un quadrillage horizontal et vertical.
3°)a) Sur la feuille "courbe et droite" du classeur "fct10.xls", recopier le tableau de valeurs complété au 1°)
b) Représenter sur un même graphique la courbe représentative de f et la droite d'équation $y = 5x + 10$.

Exercice 11

1°)Sur la feuille "tableau" du classeur "fct11.xls", compléter la ligne 2 par les formules adéquates pour obtenir les valeurs de $C(x)$ demandées. (Utilisez les techniques de recopie)
2°)a) Sur la feuille "courbes" du classeur "fct11.xls", recopier le tableau de valeurs fait au 1°)
b) Faire un graphique représentant C et tracer sur le même dessin la courbe représentant la fonction R définie par $R(x) = 50x$.
3°)a) Sur la feuille "bénéfice" du classeur "fct11.xls", compléter la ligne 2 par les formules adéquates pour obtenir les valeurs de $B(x)$ demandées.
b) Faire sur la même feuille un graphique représentant B.

Exercice 12

Sur la feuille "courbe" du classeur "fct12.xls", vous trouverez un graphique représentant la fonction f définie par $f(x) = x^2 - x - 1$ pour x dans l'intervalle $[-2\ ;\ 2]$. Vous pouvez remarquer graphiquement que l'équation $f(x) = 0$ a deux solutions, une positive et une négative.
En modifiant la valeur contenue dans la cellule B12, vous déplacez un point sur la courbe.
Par tâtonnements successifs, cherchez une valeur approchée de la solution positive de l'équation $f(x) = 0$.
Vous pouvez, dans un premier temps, regarder le point sur la courbe. Ensuite, lorsque le graphique n'est plus assez précis, vous utiliserez les indications contenues dans les cellules C12 et C13.
Lorsque vous obtenez la mention "C'est bon" dans la cellule C13 cela signifie que la différence entre $f(x)$ et 0 est inférieure à 10^{-3}.
Chercher ensuite une valeur approchée de la solution négative de l'équation $f(x) = 0$.
La solution positive est environ : .... La solution négative est environ : ....