

Suites

Exercice 1

On donne, dans le tableau suivant, le nombre d'inscrits sur la liste électorale d'une petite commune pour les années de 1990 à 2000.

Année	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Nombre d'inscrits	1323	1313	1304	1297	1288	1289	1281	1271	1258	1248	1243

1°) On note P_n le nombre d'inscrits sur la liste électorale pour l'année n .

Donner la valeur de P_{1992} et P_{1998}

2°) Calculer $P_{1994} - P_{1993}$. Que représente ce nombre ?

Calculer $P_{1995} - P_{1994}$. Que représente ce nombre ?

3°) Peut-on dire que la suite des nombres P_n est une suite décroissante lorsque n varie de 1990 à 2000 ?

4°) Représenter graphiquement la suite (P_n) .

Solution

1°) P_{1992} représente le nombre d'inscrits sur la liste électorale pour l'année 1992. On a $P_{1992} = 1304$

P_{1998} représente le nombre d'inscrits sur la liste électorale pour l'année 1998. On a $P_{1998} = 1258$

2°) $P_{1994} - P_{1993} = 1288 - 1297 = -9$

-9 représente la variation du nombre d'inscrits entre 1993 et 1994.

Le nombre d'inscrits entre 1993 et 1994 a diminué de 9 unités.

$P_{1995} - P_{1994} = 1289 - 1288 = 1$

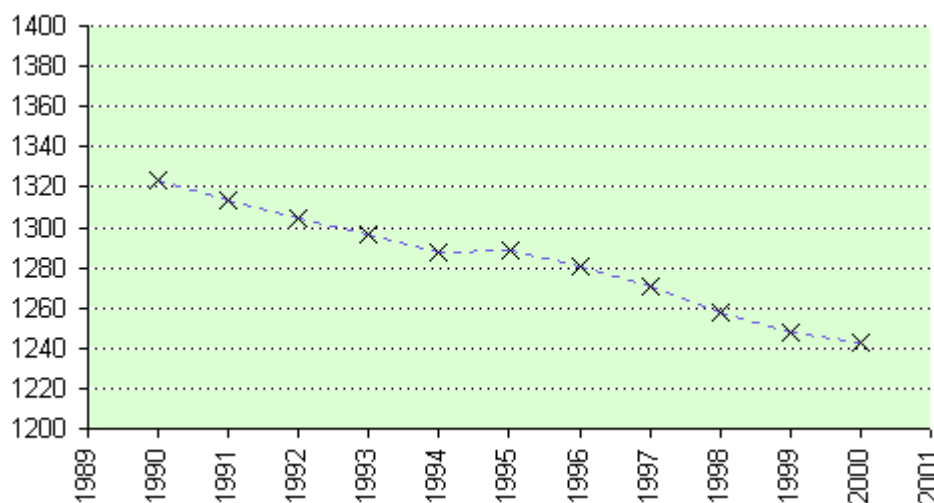
1 représente la variation du nombre d'inscrits entre 1994 et 1995.

Le nombre d'inscrits entre 1994 et 1995 a augmenté de 1 unité.

3°) On a vu que le nombre d'inscrits entre 1994 et 1995 a augmenté de 1 unité.

La suite des nombres P_n n'est donc pas une suite décroissante lorsque n varie de 1990 à 2000.

4°) La représentation graphique de la suite de nombres P_n est constituée des points marqués par une croix. Le tracé en pointillés qui rejoint ces points n'a été fait que pour mieux visualiser l'évolution, il ne fait pas partie de cette représentation graphique et pourrait ne pas être tracé.



Exercice 2

On définit une suite (u_n) par : $u_n = 17243 - 8n$ pour tout entier n .

On a par exemple, en remplaçant n par 10 : $u_{10} = 17243 - 8 \times 10 = 17163$

1°) Calculer u_0 ; u_1 ; u_{1990} ; u_{1991} ; u_{1992} .

2°) Calculer $u_1 - u_0$; $u_{1991} - u_{1990}$; $u_{1992} - u_{1991}$

3°) En remplaçant n par $n+1$ dans l'expression de u_n montrer que

$$\text{pour tout entier } n : u_{n+1} = 17235 - 8n$$

$$\text{En déduire que, pour tout entier } n : u_{n+1} - u_n = -8$$

4°) En utilisant la relation $u_{n+1} - u_n = -8$, c'est-à-dire $u_{n+1} = u_n - 8$ compléter le tableau suivant.

La suite (u_n) est-elle une suite décroissante ?

n	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
u_n	1323										

5°) Représenter graphiquement la suite (u_n) lorsque n varie de 1990 à 2000.

Solution

1°) On sait que pour tout entier n on a : $u_n = 17243 - 8n$

$$\text{En remplaçant } n \text{ par } 0, \text{ on obtient } u_0 = 17243 - 8 \times 0 = 17243$$

$$\text{En remplaçant } n \text{ par } 1, \text{ on obtient } u_1 = 17243 - 8 \times 1 = 17235$$

$$\text{En remplaçant } n \text{ par } 1990, \text{ on obtient } u_{1990} = 17243 - 8 \times 1990 = 1323$$

$$\text{En remplaçant } n \text{ par } 1991, \text{ on obtient } u_{1991} = 17243 - 8 \times 1991 = 1315$$

$$\text{En remplaçant } n \text{ par } 1992, \text{ on obtient } u_{1992} = 17243 - 8 \times 1992 = 1307$$

2°) $u_1 - u_0 = 17235 - 17243 = -8$

$$u_{1991} - u_{1990} = 1315 - 1323 = -8$$

$$u_{1992} - u_{1991} = 1307 - 1315 = -8$$

3°) On sait que $u_n = 17243 - 8n$

Cette égalité étant vraie pour tous les entiers, on peut l'utiliser pour l'entier $n+1$.

$$\text{On obtient alors } u_{n+1} = 17243 - 8(n+1) = 17243 - 8n - 8 = 17235 - 8n$$

On peut alors écrire pour tout entier n :

$$u_{n+1} - u_n = 17235 - 8n - (17243 - 8n) = 17235 - 8n - 17243 + 8n \text{ donc } u_{n+1} - u_n = -8$$

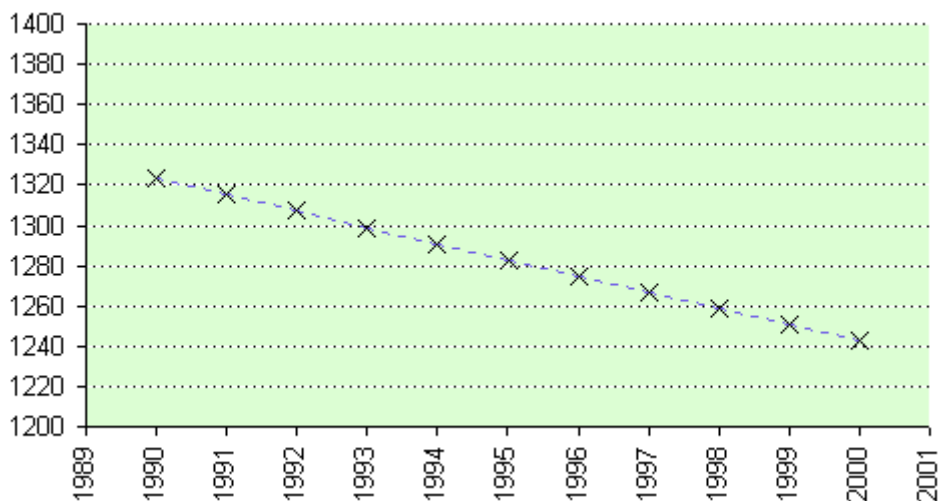
4°) Sachant que l'on a $u_{n+1} - u_n = -8$, on peut en déduire que $u_{n+1} = u_n - 8$

On passe donc d'un terme de la suite au terme suivant en soustrayant 8.

La suite (u_n) est donc décroissante et on obtient le tableau :

n	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
u_n	1323	1315	1307	1299	1291	1283	1275	1267	1259	1251	1243

5°) On obtient la représentation graphique suivante :



Remarque

La suite (u_n) de l'exercice 2 prend à peu près les mêmes valeurs que la suite (P_n) de l'exercice 1.

On peut dire que la suite (u_n) est un modèle mathématique de la suite (P_n) .

Tous les points représentant la suite (u_n) sont alignés. En effet l'accroissement lorsque l'on passe d'un terme au terme suivant est toujours le même, il est égal à -8 . On dit que cet accroissement est constant.

Remarque

Les différents termes d'une suite de nombres, se notent souvent sous la forme u_n ou $u(n)$.

Le nombre n qui s'appelle l'indice est un nombre entier naturel.

On peut définir une suite de nombres $u(n)$ de différentes façons :

- par la donnée explicite de ses termes, un tableau par exemple. (voir exercice 1)
- par l'expression de $u(n)$ en fonction de n . (voir exercice 2)
- par la donnée d'un terme et d'une relation de récurrence, c'est-à-dire une relation donnant le terme d'indice $n+1$ en fonction du terme d'indice n (voir exercice 2, question 4)

Définition

On dit qu'une suite $u(n)$ est croissante si pour tout entier n on a : $u(n+1) \geq u(n)$.

On dit qu'une suite $u(n)$ est décroissante si pour tout entier n on a : $u(n+1) \leq u(n)$.

Définition

On dit qu'une suite est **arithmétique** si l'accroissement lorsqu'on passe d'un terme au terme suivant est un **accroissement constant**. Cet accroissement est appelé la raison de la suite arithmétique.

Une suite est arithmétique s'il existe un nombre r tel que pour tout entier n : $u(n+1) = u(n) + r$

On dit qu'une suite **arithmétique** est une **suite à croissance linéaire**.

Exemple

La suite (u_n) de l'exercice 2 est une suite arithmétique de raison -8 .

En effet on a montré que pour tout entier n on a : $u_{n+1} = u_n - 8$

Propriété

Lorsqu'une suite est arithmétique sa représentation graphique est constituée de points alignés.

Lorsque la représentation graphique d'une suite est constituée de points alignés, cette suite est arithmétique.

Exercice 3

On considère $u(n)$ une suite arithmétique de raison r .

1°) Justifier que $u(3) = u(2) + r$ et que $u(4) = u(3) + r$

En déduire que $u(4) = u(2) + 2r$

2°) Montrer que $u(8) = u(5) + 3r$

3°) Quelle relation peut-on écrire entre $u(7)$, $u(2)$ et r ? Justifier.

4°) On suppose dans cette question que $u(0) = 4$ et $r = 2$.

Calculer $u(5)$.

Donner sans démonstration la valeur de $u(100)$.

Solution

1°) $u(n)$ étant une suite arithmétique de raison r , on sait que pour tout entier n on a : $u(n+1) = u(n) + r$

En prenant $n = 2$, on obtient $u(3) = u(2) + r$

En prenant $n = 3$, on obtient $u(4) = u(3) + r$

On peut donc en déduire que $u(4) = u(3) + r = u(2) + r + r$ donc $u(4) = u(2) + 2r$

2°) En utilisant la relation $u(n+1) = u(n) + r$ successivement avec $n = 7$, $n = 6$ et $n = 5$, on obtient

$u(8) = u(7) + r$; $u(7) = u(6) + r$; $u(6) = u(5) + r$

On en déduit $u(8) = u(7) + r = u(6) + 2r = u(5) + 3r$

3°) On peut écrire $u(7) = u(2) + 5r$.

En effet, comme précédemment on a : $u(7) = u(6) + r = u(5) + 2r = u(4) + 3r = u(3) + 4r = u(2) + 5r$

4°) On suppose dans cette question que $u(0) = 4$ et $r = 2$.

On peut écrire $u(5) = u(4) + r = u(3) + 2r = u(2) + 3r = u(1) + 4r = u(0) + 5r$

On a donc $u(5) = u(0) + 5r$ c'est-à-dire $u(5) = 4 + 5 \times 2$ donc $u(5) = 14$.

Pour passer du terme $u(0)$ au terme $u(100)$, il faut rajouter 100 fois la valeur r .

On peut donc écrire $u(100) = u(0) + 100r$, donc $u(100) = 4 + 100 \times 2$ donc $u(100) = 204$.

Propriété

Soit $u(n)$ une suite arithmétique de raison r .

Pour tout entier naturel n et tout entier naturel p , on a $u(n) = u(p) + (n - p)r$

Exercice 4

Le 01/01/2000 un journal compte 12 000 abonnés.

Le service des abonnements a noté que, chaque mois, 1 000 abonnements arrivent à échéance.

Sur ces 1 000 abonnements, 750 sont renouvelés.

De plus chaque mois 320 nouveaux abonnements sont souscrits.

1°) On note $u(1)$ le nombre d'abonnés à la date du 01/01/2000. Quelle est la valeur de $u(1)$?

2°) On note $u(2)$ le nombre d'abonnés à la date du 01/02/2000. Quelle est la valeur de $u(2)$?

3°) On note $u(3)$; $u(4)$; ... ; $u(12)$ le nombre d'abonnés aux dates respectives du 01/03/2000 ; 01/04/2000 ; ... ; 01/12/2000.

a) Montrer que la suite $u(n)$ est une suite arithmétique et donner sa raison.

b) Calculer $u(12)$.

c) En supposant que les conditions restent identiques, déterminer le nombre d'abonnés au journal à la date du 01/12/2002.

Solution

1°) Le nombre d'abonnés au 01/01/2000 est 12 000, donc $u(1) = 12 000$.

2°) On sait que, tous les mois, sur les 1 000 abonnements arrivant à échéance, 750 sont renouvelés.

Cela signifie que 250 abonnements sont perdus par le journal. Par ailleurs 320 abonnements nouveaux sont souscrits. Le journal gagne donc tous les mois $320 - 250 = 70$ abonnements.

$u(2)$ étant le nombre d'abonnés au 01/02/2000, on a donc :

$u(2) = u(1) + 70 = 12 000 + 70$ donc $u(2) = 12 070$.

3°) a) On a vu que, chaque mois, le nombre d'abonnements augmente de 70.

Le nombre d'abonnements pour le mois $(n+1)$ est donc égal au nombre d'abonnements pour le mois n augmenté de 70. On a donc pour chaque n : $u(n+1) = u(n) + 70$

La suite $u(n)$ est donc une suite arithmétique de raison 70.

b) On peut calculer $u(12)$ en utilisant la relation $u(n) = u(p) + (n - p)r$

On a donc $u(12) = u(1) + (12 - 1) \times 70$, c'est-à-dire $u(12) = 12 000 + 11 \times 70$

On obtient donc $u(12) = 12 770$.

c) Le nombre d'abonnés au journal à la date du 01/12/2002 correspond à $u(36)$.

(35 mois se sont écoulés entre le 01/01/2000 et le 01/12/2002)

Puisque la suite $u(n)$ est arithmétique de raison 70, on peut écrire :

$u(36) = u(1) + (36 - 1) \times 70 = 12 000 + 35 \times 70 = 14 450$.

Le nombre d'abonnés au journal à la date du 01/12/2002 est de 14 450.

Exercice 5

Un capital de 12 618 euros est placé le 01/01/2000 avec un taux d'intérêt annuel de 6,3%.

Tous les ans les intérêts sont cumulés au capital.

On note $C(0)$ le capital correspondant au 1^{er} janvier de l'année 2000. On a donc $C(0) = 12\,618$.

On note, pour tout entier n , $C(n)$ le capital correspondant au 1^{er} janvier de l'année 2000+ n .

1°) Calculer $C(1)$, $C(2)$, $C(3)$. (on arrondira les résultats au centime d'euro près)

2°) Démontrer que pour tout entier n on a $C(n+1) = C(n) \times 1,063$.

3°) Compléter le tableau suivant (on arrondira les résultats au centime d'euro près)

Rang n de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Capital $C(n)$	12 618										

4°) Représenter graphiquement la suite $C(n)$.

Solution

1°) $C(1)$ est le capital correspondant à l'année de rang 1, c'est-à-dire l'année 2001.

Puisque les intérêts sont de 6,3% par an, le capital a été augmenté de 6,3% en un an, c'est-à-dire qu'il a été multiplié par 1,063.

On a donc $C(1) = C(0) \times 1,063 = 12\,618 \times 1,063$. On obtient après arrondi $C(1) = 13\,412,93$.

De la même façon, $C(2)$ est le capital pour l'année 2002. On l'obtient en ajoutant 6,3% au capital de l'année 2001, c'est-à-dire en multipliant le capital de l'année 2001 par 1,063.

On a donc $C(2) = C(1) \times 1,063 = 13\,412,93 \times 1,063$. On obtient après arrondi $C(2) = 14\,257,94$.

Enfin $C(3)$ est le capital pour l'année 2003. On l'obtient en ajoutant 6,3% au capital de l'année 2002, c'est-à-dire en multipliant le capital de l'année 2002 par 1,063.

On a donc $C(3) = C(2) \times 1,063 = 14\,257,94 \times 1,063$. On obtient après arrondi $C(3) = 15\,156,19$.

2°) $C(n+1)$ est le capital pour l'année 2000 + n + 1. On l'obtient en ajoutant 6,3% au capital de l'année 2000 + n , c'est-à-dire en multipliant le capital de l'année 2000+ n par 1,063.

On a donc, pour tout entier n : $C(n+1) = C(n) \times 1,063$

3°) En poursuivant le même procédé, on obtient :

Rang n de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Capital $C(n)$	12 618	13412,93	14257,95	15156,20	16111,04	17126,04	18204,98	19351,89	20571,06	21867,04	23244,66

4°) Représentation graphique de $C(n)$



Remarque

On observe graphiquement que la suite $C(n)$ est une suite croissante. On pourrait le démontrer en comparant $C(n)$ et $C(n+1)$.

Les points représentant la suite $C(n)$ ne sont pas alignés. La suite n'est pas une suite arithmétique.

Définition

Une suite est **géométrique** s'il existe un nombre q tel que pour tout entier n : $u(n+1) = u(n) \times q$

Le nombre q est appelé la raison de la suite géométrique.

Une suite géométrique est une suite ayant un **accroissement relatif constant**, cela revient à dire que le rapport $\frac{u(n+1)}{u(n)}$ est constant.

On dit qu'une suite qu'une **suite géométrique** est une **suite à croissance exponentielle**.

Exemple

La suite $C(n)$ de l'exercice 4 est une suite géométrique de raison 1,063 .

En effet on a montré que pour tout entier n on a : $C(n+1) = C(n) \times 1,063$

Exercice 6

On considère $v(n)$ une suite géométrique de raison q .

1°) Justifier que $v(3) = v(2) \times q$ et que $v(4) = v(3) \times q$

En déduire que $v(4) = v(2) \times q^2$

2°) Montrer que $v(8) = v(5) \times q^3$

3°) Quelle relation peut-on écrire entre $v(7)$, $v(2)$ et q ? Justifier.

4°) On suppose dans cette question que $v(0) = 3$ et $q = 2$.

Calculer $v(5)$.

Donner sans démonstration la valeur de $v(100)$.

Solution

1°) $v(n)$ étant une suite géométrique de raison q , on sait que pour tout entier n on a : $v(n+1) = v(n) \times q$

En prenant $n = 2$, on obtient $v(3) = v(2) \times q$

En prenant $n = 3$, on obtient $v(4) = v(3) \times q$

On peut donc en déduire que $v(4) = v(3) \times q = v(2) \times q \times q$ donc $v(4) = v(2) \times q^2$

2°) En utilisant la relation $v(n+1) = v(n) \times q$ successivement avec $n = 7$, $n = 6$ et $n = 5$, on obtient

$v(8) = v(7) \times q$; $v(7) = v(6) \times q$; $v(6) = v(5) \times q$

On en déduit $v(8) = v(7) \times q = v(6) \times q^2 = v(5) \times q^3$

3°) On peut écrire $v(7) = v(2) \times q^5$.

En effet, comme précédemment on a : $v(7) = v(6) \times q = v(5) \times q^2 = v(4) \times q^3 = v(3) \times q^4 = v(2) \times q^5$

4°) On suppose dans cette question que $v(0) = 3$ et $q = 2$.

On peut écrire $v(5) = v(4) \times q = v(3) \times q^2 = v(2) \times q^3 = v(1) \times q^4 = v(0) \times q^5$

On a donc $v(5) = v(0) \times q^5$ c'est-à-dire $v(5) = 3 \times 2^5$ donc $v(5) = 96$.

Pour passer du terme $v(0)$ au terme $v(100)$, il faut multiplier 100 fois par q .

On peut donc écrire $v(100) = v(0) \times q^{100}$, donc $v(100) = 3 \times 2^{100}$ donc $v(100) \approx 3,803 \times 10^{30}$.

Propriété

Soit $u(n)$ une suite géométrique de raison q .

Pour tout entier naturel n et tout entier naturel p , on a $u(n) = u(p) \times q^{(n-p)}$

Exercice 7

Un village avait 3123 habitants en 1995. Le nombre d'habitants diminue de 12% tous les ans. On note $P(n)$ le nombre d'habitants du village pour l'année n .

- 1°) Donner les valeurs de $P(1995)$ et $P(1996)$. (on arrondira à l'entier le plus proche)
- 2°) Justifier que la suite $P(n)$ est une suite géométrique et donner sa raison.
- 3°) Calculer $P(2001)$. (on arrondira à l'entier le plus proche)
- 4°) En quelle année le nombre d'habitants aura-t-il diminué des deux tiers par rapport à 1995 ?
- 5°) Représenter graphiquement la suite $P(n)$ pour n variant de 1995 à 2005.

Solution

1°) Le village a 3123 habitants en 1995, on a donc $P(1995) = 3123$.

Le nombre d'habitants diminue de 12% par an, c'est-à-dire qu'il est multiplié par $1 - \frac{12}{100} = 0,88$

On a donc $P(1996) = P(1995) \times 0,88 = 3123 \times 0,88$. Après arrondi on obtient $P(1996) = 2748$.

2°) Tous les ans le nombre d'habitants diminue de 12%, c'est-à-dire qu'il est multiplié par 0,88.

Sachant que $P(n)$ est le nombre d'habitants pour l'année n , le nombre d'habitants pour l'année suivante, c'est-à-dire l'année $n+1$ est donné par : $P(n+1) = P(n) \times 0,88$

La suite $P(n)$ est donc une suite géométrique de raison 0,88.

3°) Puisque $P(n)$ est une suite géométrique de raison 0,88 on sait que :

pour tout entier n et pour tout entier p , on a $P(n) = P(p) \times 0,88^{n-p}$

En appliquant cette relation avec $n = 2001$ et $p = 1995$, on obtient :

$P(2001) = P(1995) \times 0,88^{(2001-1995)}$ donc $P(2001) = 3123 \times 0,88^6$

Après arrondi on obtient $P(2001) = 1450$.

4°) Pour que le nombre d'habitants ait diminué des deux tiers par rapport à 1995, il faut qu'il soit inférieur à $\frac{3123}{3} = 1041$.

En calculant successivement les termes de la suite $P(n)$, on trouve que

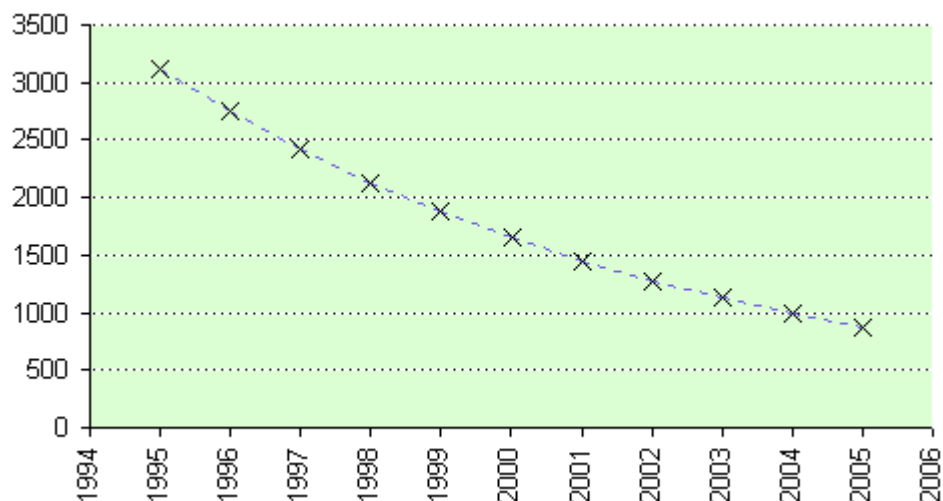
$P(2003) = 1123$ et $P(2004) = 988$

C'est donc en 2004 que la population aura diminué des deux tiers par rapport à 1995.

5°) Après avoir complété le tableau

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Nombre d'habitants	3123	2748	2418	2128	1873	1648	1450	1276	1123	988	870

on peut tracer la courbe représentant la suite $P(n)$



Exercice 8

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$u(n)$											
$\Delta(n)$											
$S(n)$											

1°) On considère la suite de nombres : $u(0) = 1$; $u(1) = 2$; $u(2) = 4$; $u(3) = 8$; $u(4) = 15$; $u(5) = 23$; $u(6) = 32$; $u(7) = 44$; $u(8) = 58$; $u(9) = 73$; $u(10) = 91$

Recopier et compléter le tableau ci-dessus.

La suite $\Delta(n)$ est la suite des différences premières $\Delta(n) = u(n+1) - u(n)$.

On a par exemple $\Delta(0) = u(1) - u(0) = 2 - 1 = 1$ et $\Delta(1) = u(2) - u(1) = 4 - 2 = 2$

La suite $S(n)$ est la suite des différences secondes $S(n) = \Delta(n+1) - \Delta(n)$.

On a par exemple $S(0) = \Delta(1) - \Delta(0) = 2 - 1 = 1$

Justifier que la suite $u(n)$ est croissante et que cette croissance est en augmentation.

2°) On considère la suite $u(n)$, arithmétique de premier terme 2 et de raison 3.

Recopier et compléter le tableau ci-dessus.

Que peut-on dire du sens de variation de la suite $u(n)$?

3°) On considère la suite $u(n)$, géométrique de premier terme 1 et de raison 2.

Recopier et compléter le tableau ci-dessus.

Que peut-on dire du sens de variation de la suite $u(n)$?

Solution

1°)

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$u(n)$	1	2	4	8	15	23	32	44	58	73	91
$\Delta(n)$	1	2	4	7	8	9	12	14	15	18	
$S(n)$	1	2	3	1	1	3	2	1	3		

La suite $\Delta(n)$ étant positive, cela signifie que la différence entre un terme et le précédent est positive, c'est-à-dire que pour tout n : $u(n+1) - u(n) \geq 0$, donc $u(n+1) \geq u(n)$.

La suite $u(n)$ est donc croissante

La suite $S(n)$ étant positive, cela signifie que la suite $\Delta(n)$ est croissante.

On peut donc en conclure que la croissance de la suite $u(n)$ est en augmentation.

2°)

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$u(n)$	2	5	8	11	14	17	20	23	26	29	32
$\Delta(n)$	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	
$S(n)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0		

La suite $\Delta(n)$ étant positive, cela signifie que la suite $u(n)$ est croissante.

La suite $S(n)$ étant nulle, la croissance de la suite $u(n)$ est "régulière".

C'est une croissance linéaire puisqu'on sait que la suite $u(n)$ est arithmétique.

3°)

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$u(n)$	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$\Delta(n)$	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	
$S(n)$	1	2	4	8	16	32	64	128	256		

La suite $\Delta(n)$ étant positive, cela signifie que la suite $u(n)$ est croissante.

La suite $S(n)$ étant positive, la croissance de la suite $u(n)$ est en augmentation.

(C'est une croissance exponentielle puisqu'on sait que la suite $u(n)$ est géométrique).

Suites

Exercices supplémentaires

Exercice 9

On suppose qu'un pin d'un âge compris entre 15 et 30 ans a une croissance régulière annuelle de 40cm de hauteur. On note $h(n)$ la hauteur en mètres du pin à l'âge n (pour n tel que $15 \leq n \leq 30$)

- 1°) En supposant dans cette question que $h(15) = 22$, calculer $h(16)$ et $h(17)$
- 2°) Montrer que la suite $h(n)$ (pour n tel que $15 \leq n \leq 30$) est une suite arithmétique.
- 3°) On suppose qu'un pin de 15 ans a une hauteur de 17m. Quelle sera sa hauteur lorsqu'il aura 30 ans ?
- 4°) On suppose qu'un pin de 28 ans a une hauteur de 28m. Quelle était sa hauteur lorsqu'il avait 18 ans ?
- 5°) Représenter graphiquement pour n compris entre 15 et 30 la hauteur d'un pin qui mesure 20m à 15 ans.

Exercice 10

Les résultats seront donnés au centime d'euro près.

Le jour anniversaire de ses 18 ans, un jeune possédant 1 700 euros d'économies décide de placer son argent. Une banque lui propose deux sortes de placement :

- placement A : la totalité du capital est placée sur un livret d'épargne au taux de 3,5% par an à intérêts composés ;
- placement B : 1 300 euros sont placés sur un livret «Jeune» au taux de 4,5% par an à intérêts composés, et les 400 euros restants sur un compte courant non rémunéré.

Par la suite, on suppose qu'il ne fait plus aucun retrait ou versement.

- 1°) On note C_n le capital qu'il aura acquis au bout de n années s'il choisit le placement A.
 - a) Calculer C_1 et C_2 .
 - b) Démontrer que C_n est une suite géométrique et exprimer C_n en fonction de n .
- 2°) On note T_n le capital qu'il aura acquis au bout de n années s'il choisit le placement B.
 - a) Calculer T_1 et T_2 .
 - b) Exprimer T_n en fonction de n .
- 3°) Le livret «Jeune» n'est possible que jusqu'à l'âge de 25 ans
 - a) Compléter le tableau suivant

n	1	2	3	4	5	6	7
C_n							
T_n							

- b) En déduire, en fonction du nombre d'années, le placement le plus avantageux.

Exercice 11

Une entreprise, propose pour recruter un nouvel employé deux types de rémunération :

Type 1 : Salaire initial de 1 200 € par mois avec augmentation annuelle du salaire mensuel de 100 €.

Type 2 : Salaire initial de 1 100 € par mois avec augmentation annuelle du salaire mensuel de 8%.

- 1°) Dans le cas de la rémunération de type 1, on note $u(0)$ le salaire mensuel initial, et $u(n)$ le salaire mensuel après n années. Donner les valeurs de $u(0)$, $u(1)$, $u(2)$.
- 2°) Dans le cas de la rémunération de type 2, on note $v(0)$ le salaire mensuel initial, et $v(n)$ le salaire mensuel après n années. Donner les valeurs de $v(0)$, $v(1)$, $v(2)$.
- 3°) Donner une expression générale de $u(n)$ et $v(n)$ en fonction de n . Calculer $u(5)$ et $v(5)$; $u(8)$ et $v(8)$.
- 4°) Le nouvel employé compte rester 10 ans dans l'entreprise. Quelle est la rémunération la plus avantageuse ?

Suites

Utilisation du tableur

Les exercices correspondent aux exercices de mathématiques.

Exercice 1

Ouvrir le classeur suite01.xls

Compléter la ligne 3 par la formule donnant la variation du nombre d'inscrits.

Faire une représentation graphique de la suite (P_n) .

Exercice 2

Ouvrir le classeur suite02.xls

En utilisant la relation $u_{n+1} = u_n - 8$, compléter la ligne 2 par la formule donnant la valeur de u_n

Faire une représentation graphique de la suite (u_n) .

Exercice 3

Ouvrir le classeur suite03.xls

Compléter la colonne B par les formules donnant les valeurs de $u(n)$ correspondant à la question 4°).

(On utilisera la cellule E1 pour indiquer la valeur de la raison)

En recopiant les cellules déterminer la valeur de $u(100)$.

Vérifier que la modification de la valeur de $u(0)$ contenue dans la cellule B2 ou la modification de la valeur de r contenue dans la cellule E1, entraîne la modification des valeurs de la suite.

Déterminer la valeur de $u(100)$ lorsqu'on prend $u(0) = 125$ et $r = -0,4$.

Exercice 4

Ouvrir le classeur suite04.xls

Par une recopie de cellules, compléter la colonne A, de mois en mois jusqu'au 01/12/2002.

Compléter de même la colonne B. Écrire dans la cellule C3 la formule donnant la valeur de $u(2)$.

Recopier cette formule dans la colonne C pour retrouver la valeur de $u(12)$ et le nombre d'abonné à la date du 01/12/2002.

Exercice 5

Ouvrir le classeur suite05.xls

Compléter le tableau par les formules donnant le capital $C(n)$.

(On utilisera le taux d'intérêt se trouvant dans la cellule B5 et les méthodes de recopie)

Les résultats seront arrondis au centime d'euro près.

Modifier le taux d'intérêt pour le porter à 8,25%. Quelle est alors la valeur de $C(10)$?

Exercice 6

Ouvrir le classeur suite06.xls

Compléter la colonne B par les formules donnant les valeurs de $v(n)$ correspondant à la question 4°).

(On utilisera la cellule E1 pour indiquer la valeur de la raison)

En recopiant les cellules déterminer la valeur de $v(100)$.

Vérifier que la modification de la valeur de $v(0)$ contenue dans la cellule B2 ou la modification de la valeur de q contenue dans la cellule E1, entraîne la modification des valeurs de la suite.

Déterminer la valeur de $v(100)$ lorsqu'on prend $v(0) = 2$ et $q = 1,1$.

Exercice 7

Ouvrir le classeur suite07.xls

Compléter la ligne 2 par la formule donnant le nombre d'habitants en utilisant le taux de variation donné dans la cellule B6. Les résultats seront arrondis à l'entier le plus proche.

Tracer la représentation graphique de la suite $P(n)$.

Exercice 8

Ouvrir le classeur suite08.xls

Compléter par des formules les trois tableaux correspondant respectivement aux questions 1°) 2°) 3°).