

Suites numériques

Suites Arithmétiques

Soit la suite de nombres suivante :

-2 ; 1 ; 4 ; 7 ; 10 ; 13. On constate que chaque nombre est obtenu, à partir du 2^{ème} en ajoutant 3 à celui qui le précède.

- Définition : Une suite arithmétique est une suite de nombres réels telle que chacun de ses termes, autres que le premier, est obtenu en ajoutant au terme qui le précède un même nombre appelé raison.

Si u_1 désigne le premier terme et r la raison, on a, pour n entier supérieur ou égal à 1 : $u_{n+1} = u_n + r$

Dans la suite précédente, le 6^{ème} terme 13 est obtenu en ajoutant $(6-1) \times 3$ à -2

- Expression du terme de rang n : pour une suite arithmétique de premier terme u_1 et de raison r , le terme de rang n est donné, pour $n \geq 1$ par

$$u_n = u_1 + (n-1)r$$

- Somme des k premiers termes : pour une suite arithmétique, la somme S_k des k premiers termes est donnée

$$\text{par : } S_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Exemple : quelle est la somme des 5 premiers termes de la suite arithmétique de 1^{er} terme $u_1 = 4$ et de raison 3 :

$$u_5 = 4 + (5-1) \times 3 = 16$$

$$S_5 = \frac{5 \times (4+16)}{2} = 50$$

Suites géométriques

Soit la suite de nombre suivante :

2 ; 6 ; 18 ; 54 ; 162 ; 486. On constate que chaque nombre est obtenu, à partir du 2^{ème} en multipliant par 3 celui qui le précède.

- Définition : Une suite géométrique est une suite de nombres réels telle que chacun de ses termes, autres que le premier, est obtenu en multipliant celui qui le précède par un même nombre appelé raison.

Si u_1 désigne le premier terme et q la raison, on a, pour n entier supérieur ou égal à 1 : $u_{n+1} = u_n \times q$

Dans la suite précédente, le 4^{ème} terme 54 est obtenu en multipliant 2 par 27 soit 3^{4-1}

- Expression du terme de rang n : pour une suite géométrique de premier terme u_1 et de raison q , le terme de rang n est donné, pour $n \geq 1$ par

$$u_n = u_1 \times q^{n-1}$$

- Somme des k premiers termes : pour une suite géométrique de raison q , la somme S_k des k premiers termes est

$$\text{donnée par : } S_k = u_1 \times \frac{1-q^k}{1-q}$$

Exemple : quelle est la somme des 5 premiers termes de la suite géométrique de 1^{er} terme $u_1 = 4$ et de raison 3 :

$$S_5 = 4 \times \frac{1-3^5}{1-3} = 4 \times \frac{1-243}{-2} = 484$$