Equations et inéquations du 1^er^ degré

1. Equation :

Pour résoudre une équation du premier degré à une inconnue, notée x,

- ❖ on isole les termes en x dans le premier membre. On peut transposer un terme d'un membre dans l'autre, à condition de changer son signe.
  Exemple : $3x + 2 = 2x + 5 \Leftrightarrow 3x - 2x = 5 - 2$; ($\Leftrightarrow$) signifie "équivaut à".
- ❖ on obtient ainsi une équation de la forme : $ax = b$, $(a \neq 0)$ d'où $x = \dfrac{b}{a}$
  Exemple : $5x + 3 = 2x - 6 \Leftrightarrow 5x - 2x = -6 - 3 \Leftrightarrow 3x = -9 \Leftrightarrow x = -\dfrac{9}{3} = -3$

2. Inéquation :

Pour résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue, notée x,

- ❖ on isole les termes en x dans le premier membre. On peut transposer un terme d'un membre dans l'autre, à condition de changer son signe.
- ❖ On réduit les termes semblables afin d'obtenir une inéquation simple de la forme par exemple $ax \geqslant b$.
- ❖ On détermine la solution en fonction du signe de a.
  - o Si $a > 0$: $ax \geqslant b \Leftrightarrow x \geqslant \dfrac{b}{a}$
  - o Si $a < 0$: $ax \geqslant b \Leftrightarrow x \leqslant \dfrac{b}{a}$

3. Système de 2 équations à 2 inconnues :

a. Résolution algébrique :

i. Par substitution : la méthode consiste à se ramener à la résolution d'une seule équation à une seule inconnue. Pour cela, on exprime une inconnue en fonction de l'autre dans une équation, puis on remplace (on substitue) dans l'autre équation cette inconnue par l'expression trouvée.

Exemple : résolution du système $\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$

Isolons x dans la 2^ème^ équation : $x = 2y - 4 \quad (1)$

On remplace x par $2y - 4$ dans la 1^ère^ équation : $2(2y - 4) + 3y = 2$

La résolution de cette dernière équation donne $y = 3$

On remplace y par sa valeur dans l'expression (1) : $x = 2 \times 3 - 4 = 2$

On obtient $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ La solution du système est le couple $(2\ ;\ 3)$.

ii. Par combinaison : la méthode consiste à ajouter membre à membre les 2 équations, après les avoir multipliées par des facteurs adaptés : les coefficients d'une même inconnue doivent être opposés pour que les termes s'annulent après addition membre à membre.

Exemple : résolution du système $\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$

Multiplions la 2^ème^ équation par -2 : $\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ -2x + 4y = 8 \end{cases}$

On ajoute membre à membre et on obtient $7y = 21$ d'où $y = 3$

Multiplions la 1^ère^ équation par 2 et la 2^ème^ par 3 :

Equations et inéquations du 1er degré

$$\begin{cases} 2x+3y=13 \\ x-2y=-4 \end{cases} \begin{vmatrix} \times 2 \\ \times 3 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+6y=26 \\ 3x-6y=-12 \end{cases}$$

Après ajout membre à membre, on obtient $7x = 14$ d'où $x = 2$.
La solution est le couple $(2\ ;\ 3)$.

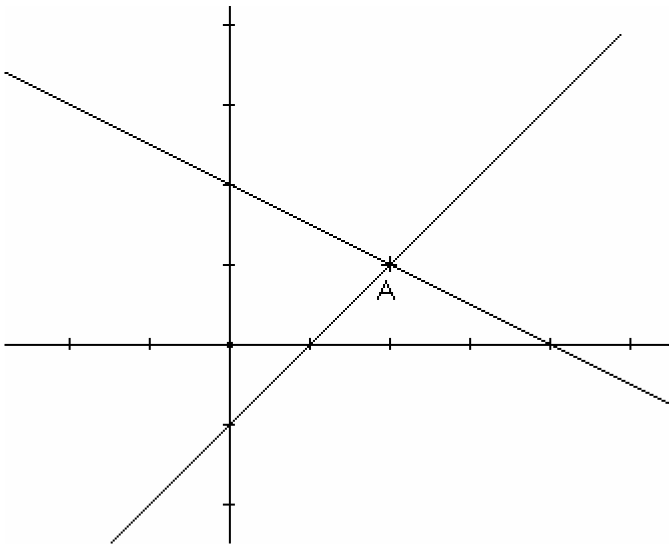
b. Résolution graphique
- ❖ Ecrire chaque équation sous la forme $y = ax + b$.
- ❖ Tracer dans un même repère, les droites définies par ces équations.
- ❖ Lire les coordonnées du point d'intersection de ces deux droites.

Exemple : résolution du système $\begin{cases} x+2y=4 \\ 4x-4y=4 \end{cases}$

On écrit les équations sous la forme $y = ax + b \Rightarrow \begin{cases} y=-\dfrac{1}{2}x+2 \\ y=x-1 \end{cases}$

On cherche des points sur chaque droite :

x	0	1	4
$y=-\dfrac{1}{2}x+2$	2		0
$y=x-1$	-1	0	



Les coordonnées du point A $(2\ ;\ 1)$ sont les solutions du système.

4. Système de 2 inéquations à 2 inconnues
Pour résoudre un système d'inéquations à 2 inconnues, il faut
- Ecrire chaque inéquation sous la forme $y \geqslant ax + b$ ou $y \leqslant ax + b$
- Tracer dans un même repère les droites d'équation $y = ax + b$ correspondant à chaque inéquation du système
- Hachurer ou colorier la région du plan dont les coordonnées $(x\ ;\ y)$ des points ne sont pas solution de chaque inéquation
- Les solutions du système sont les coordonnées des points de la région du plan non hachurée (ou non coloriée).

Equations et inéquations du 1er degré

Exemple : résolution du système $\begin{cases} 3x + y \le 4 \\ 2x - y \ge 1 \end{cases}$

- Le système peut s'écrire $\begin{cases} y \le -3x + 4 \\ y \le 2x - 1 \end{cases}$
- Il faut tracer dans un repère les droites D_1 et D_2 d'équations respectives $y = -3x + 4$ et $y = 2x - 1$. Pour cela on cherche deux points sur chaque droite.

x	0	2
$y = -3x + 4$	4	-2
$y = 2x - 1$	-1	3

- On colorie les régions du plan n'étant pas solution de chaque inéquation.
- Les solutions du système sont les coordonnées de tous les points situés dans la partie non coloriée du plan.