Polynôme du 2nd degré : Corrigé activité 2
Division d'un polynôme – signe d'un polynôme

1. Soit le polynôme $A(x) = 2x^2 + x - 21$

a. Vérifier que 3 est solution de l'équation de l'équation $A(x) = 0$

$$2 \times 3^2 + 3 - 21 = 18 + 3 - 21 = 0$$

b. En développant $(x - 3)(ax + b)$, retrouver la valeur de la 2^{ème} solution de l'équation $A(x) = 0$

$$(x - 3)(ax + b) = ax^2 + bx - 3ax - 3b$$

Trouver la 2^{ème} solution de l'équation $A(x) = 0$ revient à trouver a et b solutions de l'égalité $2x^2 + x - 21 = ax^2 + bx - 3ax - 3b$. On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} a = 2 \\ b - 3a = 1 \\ -3b = -21 \end{cases} \text{ d'où on obtient } a = 2 \text{ et } b = 5$$

La 2^{ème} solution de l'équation $A(x) = 0$ correspond à l'équation $(2x + 5) = 0$ soit

$$x = -\frac{5}{2}$$

c. En déduire la factorisation de $A(x)$

$$A(x) = (x - 3)(2x + 5)$$

d. A l'aide d'un tableau de signes, déterminer pour quelles valeurs de x le polynôme $A(x)$ est-il positif ?

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	3	$+\infty$
$(x - 3)$	-	-	0	+
$(2x + 5)$	-	0	+	+
$A(x)$	+	0	-	+

$$A(x) > 0 \text{ pour } x \in]-\infty ; -\frac{5}{2}[\cup]3 ; +\infty[$$

2. Soit le polynôme du 3^{ème} degré $B(x) = -5x^3 + 3x^2 + 5x - 3$

a. Vérifier que (-1) et $(+1)$ sont solution de l'équation $B(x) = 0$

$$\text{Pour } x = -1, B(x) = -5 \times (-1)^3 + 3 \times (-1)^2 + 5 \times (-1) - 3 = 5 + 3 - 5 - 3 = 0$$

$$\text{Pour } x = 1, B(x) = -5 \times (+1)^3 + 3 \times (+1)^2 + 5 \times (+1) - 3 = -5 + 3 + 5 - 3 = 0$$

Polynôme du 2nd degré : Corrigé activité 2
Division d'un polynôme – signe d'un polynôme

- b. En développant $(x + 1)(x - 1)(ax + b)$, retrouver la 3^{ème} racine de l'équation $B(x) = 0$

$$(x + 1)(x - 1)(ax + b) = (x^2 - 1)(ax + b) = ax^3 + bx^2 - ax - b$$

Trouver la 3^{ème} solution de l'équation $B(x) = 0$ revient à trouver a et b solutions de l'égalité $-5x^3 + 3x^2 + 5x - 3 = ax^3 + bx^2 - ax - b$. On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} a = -5 \\ b = 3 \\ -a = 5 \\ -b = -3 \end{cases} \text{ d'où on obtient } a = -5 \text{ et } b = 3$$

La 3^{ème} solution de l'équation $B(x) = 0$ correspond à l'équation $(-5x + 3) = 0$ soit $x = \frac{3}{5}$

- c. En déduire la factorisation de $B(x)$

$$B(x) = (x + 1)(x - 1)(3 - 5x)$$

- d. A l'aide d'un tableau de signes, déterminer pour quelles valeurs de x le polynôme $B(x)$ est-il négatif ?

x	$-\infty$	-1	$\frac{3}{5}$	$+1$	$+\infty$		
$(x + 1)$	-	0	+	+	+		
$(x - 1)$	-	-	-	0	+		
$(3 - 5x)$	+	+	0	-	-		
$B(x)$	+	0	-	0	+	0	-

$$B(x) < 0 \text{ pour } x \in]-1 ; \frac{3}{5}[\cup]1 ; +\infty[$$