optimisation du volume d’une boite cylindrique

On considère une boite de conserve cylindrique de rayon x et de hauteur h

Expression du volume de la boite :

1°) On appelle V le volume total de la boite. Exprimer V en fonction de x et h

2°) On appelle S l’aire de la surface développée de la boite. Exprimer S en fonction de x et h

3°) Exprimer h en fonction de S et de x

4°) Exprimer V en fonction de S et de x (on pourra utiliser les résultats obtenus au 1 et 3)

Dans la suite du problème on suppose que l’aire S est fixe.

Etude de fonction :

Soit la fonction f définie sur l’intervalle $[0;10]$ par : $f(x)=\frac{S}{2}x-\pi x^3$

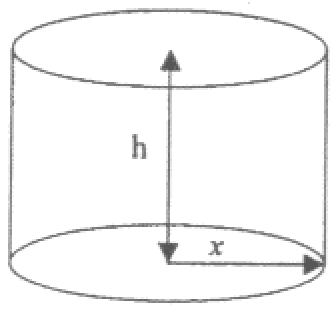
5°) Calculer la dérivée $f'(x)$ de la fonction $f(x)$

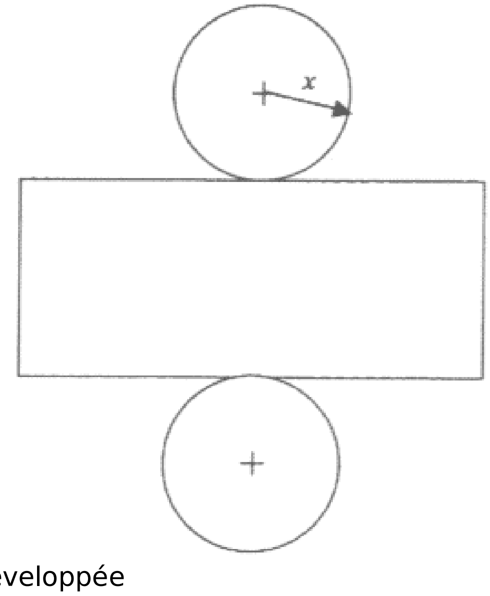
6°) Calculer la valeur de x qui annule $f'(x)$. Cette valeur correspond à un extremum de la fonction $f(x)$

7°) Montrer que dans cette condition et en utilisant l’expression de h obtenue à la question 3 que $h=2x$

Optimisation du volume :

Le calcul précédent permet d’optimiser le volume de la boite pour une surface de tôle disponible. Déterminer la hauteur d’une boite de rayon 5cm





Surface développée