Extrait de session 2005 Bac Pro Bio-industries de Transformation

Les confitures précédentes sont contenues dans des pots de verre de forme cylindrique et de volume 192 cm^3.
On estime que, pour ce volume, la quantité Q nécessaire à la fabrication d'un pot varie en fonction de son rayon r selon la relation : $Q=3r^2+\frac{384}{r}$

L'objet de cet exercice est de déterminer la valeur du rayon r pour la quelle la quantité Q de verre est minimale puis pour une quantité de verre $Q=150$.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle par [2 ; 6] par : $f(x)=3x^2+\frac{384}{x}$

Avec les notations précédentes, on a : $Q=f(r)$

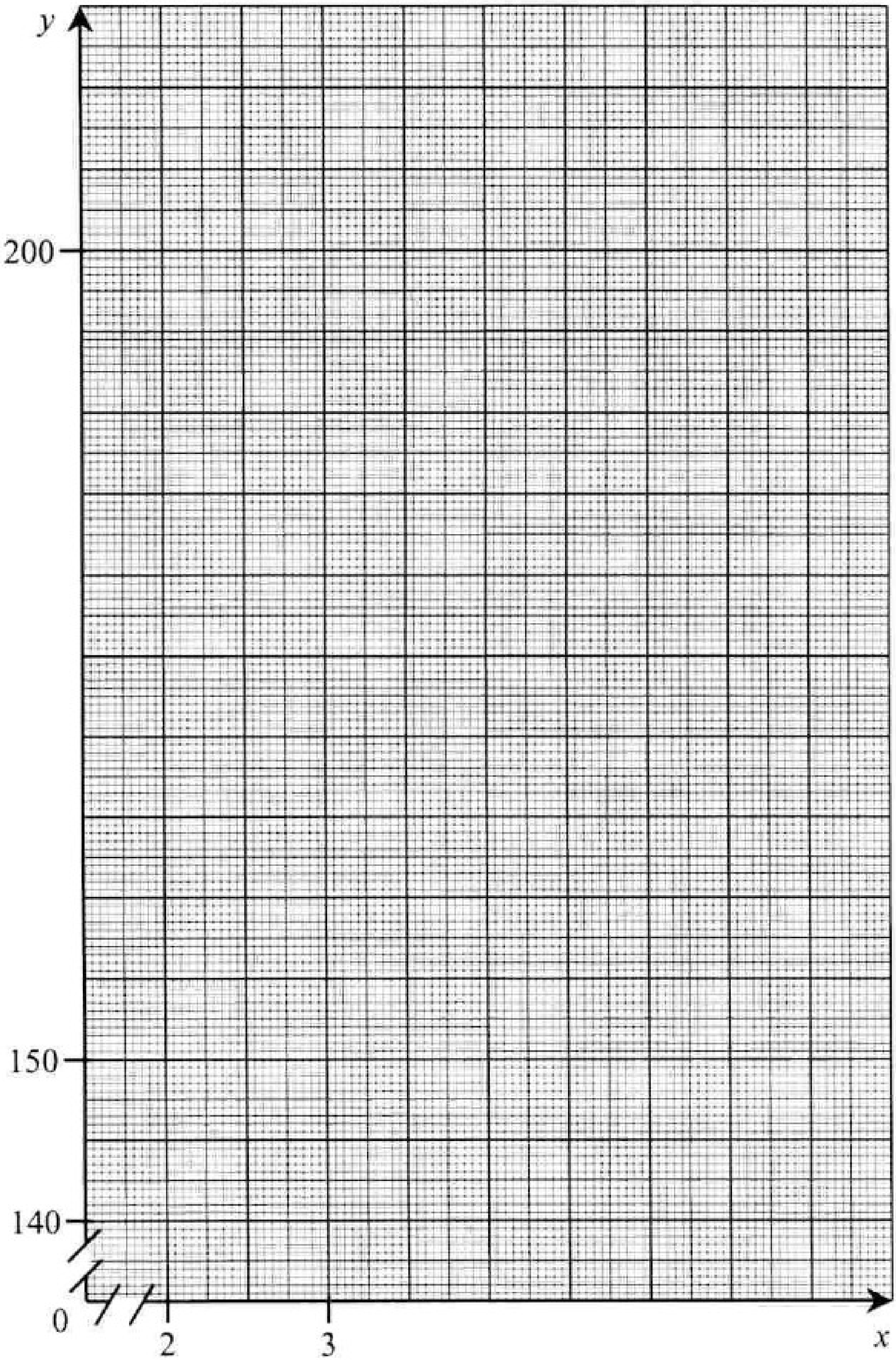
1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f .
2. a. Développer l'expression $6(x-4)(x^2+4x+16)$.

   b. Montrer que $f'(x)$ peut s'écrire sous la forme $f'(x)=\frac{6(x-4)(x^2+4x+16)}{x^2}$
3. Sur l'intervalle [2 ; 6], $f'(x)$ est du signe de $x-4$. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [2 ; 6].
4. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [2 ; 6].
5. Déduire de la question précédente la valeur de r pour laquelle la quantité de verre Q est minimale.
   Quelle est alors la valeur de Q correspondante ?

6. a. Compléter le tableau de valeurs

x	2	3	4	5	6
$f(x)$	204	...	...	...	172

   b. Tracer la représentation graphique de la fonction f .



7. A l'aide de la représentation graphique précédente, déterminer les rayons possibles d'un pot lorsque la quantité de verre utilisée est égale à $Q = 150$.