Fonction dérivée d'une fonction

1. Nombre dérivé d'une fonction

Soit une fonction f définie sur un intervalle I. Cette fonction a la courbe $\mathscr{C}$ pour courbe représentative. Soit a un nombre de l'intervalle I.

La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse a admet pour coefficient directeur le nombre dérivé de la fonction f pour la valeur a. Ce nombre dérivé est noté $f'(a)$

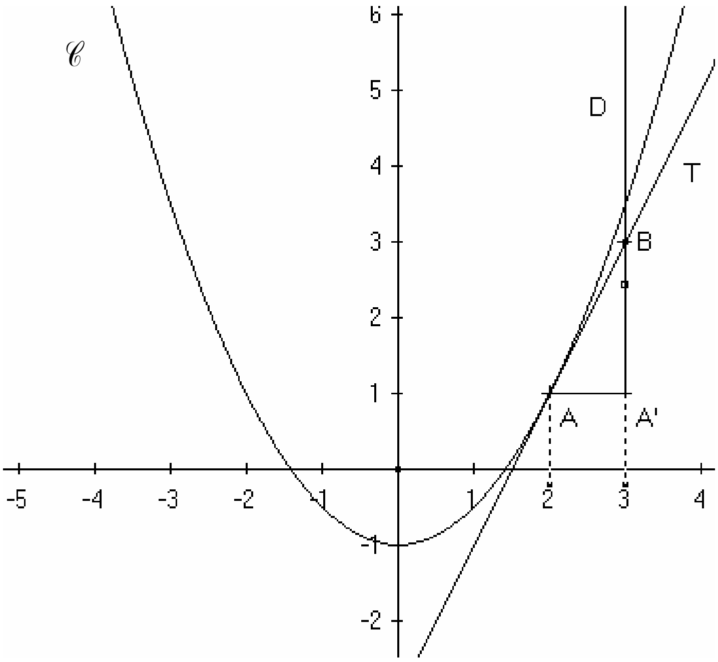
Exemple : Détermination graphique d'un nombre dérivé.

La droite T est la tangente en A(2 ; 1) de la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 1$

Pour déterminer $f'(2)$, nombre dérivé de f en 2,

a. on place le point A'(2 + 1 ; $f(2)$) c'est-à-dire A' (3 ; 1)

b. sur la droite D, on lit $\overline{A'B} = 2$. Le nombre dérivé de f en 2 est $f'(2) = 2$



2. Fonction dérivée

a. Définition

Soit f une fonction définie sur l'intervalle I. On appelle fonction dérivée de f la fonction f' qui associe à toute valeur x de I le nombre dérivé $f'(x)$.

b. Tableau des dérivées des fonctions usuelles

Dérivées des fonctions usuelles		Opérations sur les fonctions dérivables	
Fonction	Fonction dérivée	Fonction	Fonction dérivée
$f(x) = a$	$f'(x) = 0$		
$f(x) = a\,x + b$	$f'(x) = a$	$f(x) = u(x) + v(x)$	$f'(x) = u'(x) + v'(x)$
$f(x) = x^2$	$f'(x) = 2\,x$	$g(x) = a\,f(x)$	$g'(x) = a\,f'(x)$
$f(x) = x^3$	$f'(x) = 3\,x^2$		
$f(x) = \frac{1}{x}$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$		

3. Sens de variation d'une fonction

Soit la fonction f dérivable sur l'intervalle I et f' sa fonction dérivée.

- Si f' est positive sur I, alors la fonction f est croissante sur I.
- Si f' est négative sur I, alors la fonction f est décroissante sur I.
- Si f' est nulle, alors la fonction f est constante sur I.

Remarque : on va pouvoir établir le tableau de variation d'une fonction en utilisant le signe de sa dérivée.

Exemple : soit la fonction f définie sur $[-2 ; 4]$ par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 3$. Cette fonction est dérivable sur I et sa dérivée est $f'(x) = x - 1$ qui s'annule en 1

Tableau de variation de f

x	-2		1		4
signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variation de $f(x)$	$+7$	$\searrow$	$2,5$	$\nearrow$	$+7$

La fonction f est donc décroissante sur $[-2 ; 1[$, puis croissante sur $]1 ; 4]$. La valeur pour de x pour laquelle la dérivée est nulle correspond au changement de sens de variation de la fonction f.

Représentation graphique