

Fonctions logarithmes

Activités

1. Résolution d'une équation de type $(a + x)^n = k$

a. Exemple : résolution de l'équation $(2 - x)^3 = 12$

On peut utiliser le logarithme décimal des deux membres de l'équation soit $\log(2 - x)^3 = \log 12$

En utilisant la propriété $\log a^n = n \log a$, on obtient

$$3 \log(2 - x) = \log 12 \Leftrightarrow \log(2 - x) = \frac{1}{3} \log 12 \Leftrightarrow \log(2 - x) = \log 12^{\frac{1}{3}}$$

$$2 - x = 12^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow x = 2 - 12^{\frac{1}{3}} = -0,29$$

Remarque : on arrive au même résultat en utilisant les logarithmes népériens. En effet : $\ln(2 - x)^3 = \ln 12$

En utilisant la propriété $\ln a^n = n \ln a$, on obtient

$$3 \ln(2 - x) = \ln 12 \Leftrightarrow \ln(2 - x) = \frac{1}{3} \ln 12 \Leftrightarrow \ln(2 - x) = \ln 12^{\frac{1}{3}}$$

$$2 - x = 12^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow x = 2 - 12^{\frac{1}{3}} = -0,29$$

b. En utilisant l'exemple précédent, résoudre les équations suivantes (*arrondir au centième*) :

$$(1 + x)^5 = 7 \qquad (1 + x)^{12} = 40 \qquad (3 + x)^4 = 21$$

$$(1 + 4x)^{11} = 320 \qquad (x - 5)^4 = 32 \qquad (2x + 7)^5 = 200$$

c. Problèmes :

🚩 Quelle est la valeur du taux d'intérêt qui permet de doubler le capital placé en 12 ans ?

Rappel : placement à intérêts composés : $C_n = C_0 (1 + t)^n$

avec C_0 = capital initial, C_n = capital après n années, t = taux annuel

🚩 Une personne place 5 500 € pendant 14 ans. Quand elle retire son placement, elle a obtenu 2 771,36 € d'intérêts composés. Quel était le taux annuel du placement ?

2. Résolution d'une équation de type $a^x = b$

a. Exemple : résolution de l'équation $3^x = 59\,049$

Comme 3 et 59 049 sont positifs, on peut utiliser le logarithme décimal (ou népérien) des deux membres de l'équation soit $\log 3^x = \log 59\,049$

(ou $\ln 3^x = \ln 59\,049$)

En utilisant la propriété $\log a^n = n \log a$, on obtient

$$x \log 3 = \log 59\,049 \Leftrightarrow x = \frac{\log 59\,049}{\log 3} = 10$$

b. A l'aide de la méthode précédente, résoudre les équations suivantes (*arrondir au centième*) :

$$5^x = 625 \qquad 1,02^x = 24 \qquad 3^{(x+1)} = 124$$

$$0,25^{(x-2)} = 64 \qquad 4,5^{(2x+1)} = 200 \qquad 2^{(3x-2)} = 4\,096$$

c. Problèmes

🚩 Une société d'assurance applique une décote annuelle de 10 % sur les articles qu'elle assure. Cela se traduit par la relation $P_x = P \times (0,90)^x$

Fonctions logarithmes

Activités

- Quelle est la valeur d'un objet de 150 € après 4 ans ?
- Au bout de combien d'année cet objet aura-t-il perdu la moitié de sa valeur ?

- ✚ Un capital de 10 000 € est placé au taux annuel de 4,5 %. Au bout de combien d'années ce capital aura-t-il atteint 17 721,96 € ?
- ✚ Une personne place 23 500 € sur un compte épargne rémunéré annuellement au taux de 3,25 %. Au bout de combien d'années aura-t-elle doublé son capital ?