

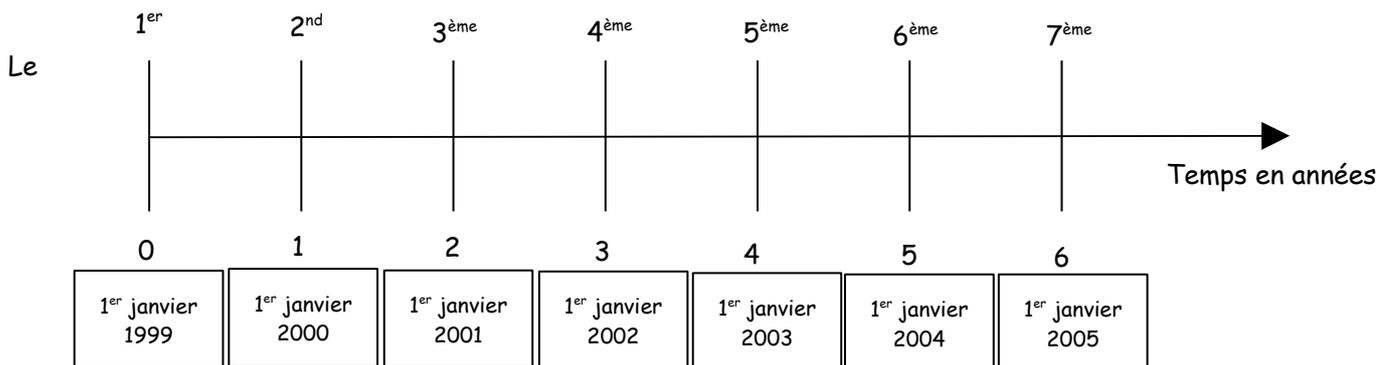
Annuités de capitalisation

1. Activité :

Pour réaliser un projet une personne se constitue un capital en versant le 1^{er} janvier de chaque année une somme de 5 000 €. Début des versements : 1^{er} janvier 1999. Elle effectue 7 versements au taux d'intérêts (intérêts composés) annuel de 5 %.

Calculer le capital disponible au moment du dernier versement (le 2 janvier 2005).

Schéma de la situation :



capital est placé à intérêts composés, on calcule la valeur acquise de chacun des versements au 2 janvier 2005.

Rappel :

Relation valeur acquise C_n (n nombre de période), capital C et le taux t :

$C_n =$

Pour le premier versement le temps de capitalisation est de 6 années donc $n = 6$. En appliquant la formule précédente on calcule la valeur acquise au 2 janvier 2005 pour ce versement :

$C_6 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

On procède de la même manière pour les autre versements :

$C_5 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$C_4 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$C_3 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$C_2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$C_1 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$C_0 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

Total : $C_0 + C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 + C_6 = \dots\dots\dots$

Annuités de capitalisation

Que remarquez-vous pour les 7 valeurs acquises ?

.....

.....

Comment aurions-nous pu directement calculer le capital disponible au moment du dernier versement ?

.....

.....

Rappel :

Formule de la

$S_n =$

En appliquant cette formule retrouver le capital disponible début 2005 :

$S_7 =$

2. Annuité de capitalisation :

Les annuités sont des sommes versées à intervalle de temps régulier appelé période. Ces annuités sont versées pour constituer un capital : ce sont des **annuités de capitalisation**.

Annuités constantes de placement :

Lors d'un placement, pour calculer le montant d'un capital (somme des valeurs acquises) par une suite de n annuités de montant a (versements constants) versées en fin de période on utilise la formule :

$$V_n = a \times \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

avec :

- V_n : Somme des valeurs acquises
- a : montant des versements
- t : taux d'intérêts en %
- nombre d'annuités

3. Applications :

Annuités de capitalisation

Pour chaque exercice on considère que les versements se font au 1^{er} janvier de chaque année si ce n'est pas précisé dans l'énoncé.

Exercice n°1 :

Pierre verse pendant 5 ans sur un compte épargne au taux annuel de 2 % la somme de 3 000 €. Calculer la valeur acquise du capital de Pierre au moment du dernier versement.

Exercice n°2 :

Afin de constituer un capital pour ses enfants. M^{me} Sarfaty ouvre un compte livret A au taux annuel de 2,5% (on suppose que le taux reste inchangé) à la naissance de chacun d'eux. Tous les mois elle verse 50 € sur chacun des comptes.

- 1) Pour Adrien né le 12 décembre 1997 elle ouvre un compte le 1^{er} janvier 1998. Calculer la valeur acquise du capital lorsque Adrien aura atteint sa majorité (au 1^{er} janvier de l'année suivante).
- 2) Pour Sabrina née le 12 avril 1990, elle ouvre un compte le 1^{er} Mai 1990. Elle cherche à savoir si elle peut disposer d'assez d'argent pour lui payer des cours pour son permis de conduire (en conduite accompagnée) pour ses 16 ans. Calculer la valeur acquise du capital au 1^{er} mai 2006.

Exercice n°3 :

Afin de s'acheter la voiture de ses rêves Icham souhaite capitaliser un peu d'argent. Il estime son budget à 12 000 €. Il décide donc d'ouvrir une assurance vie au taux annuel de 4,2 %. L'assurance vie étant un compte bloqué pendant 8 ans, calculer le montant de chacun des versements d'Icham.

Exercice n°4 :

Un couple verse chaque semestre une somme de 800 € sur un compte rémunéré à 2 % le semestre. La capitalisation des intérêts est semestrielle.

- 1) Calculer la valeur acquise au moment du 10^{ème} versement.
- 2) Quel devrait être le montant des semestrialités si le couple veut disposer d'un capital de 10 000 € à ce moment là ? (arrondir à l'euro le plus proche)

Exercice n°5 :

Le f.i.s.c. effectuant un contrôle sur les revenus de la famille Arna-coeur s'aperçoit que cette dernière n'a pas déclaré l'argent gagné lors d'un placement financier. L'agent du contrôle fiscale dispose de la valeur acquise ,du capital investit chaque année et du taux annuel. Il souhaiterait calculer la durée de placement du capital.

Capital investi chaque année : 8 000 €

Valeur acquise : 64 013,77 €

Taux annuel : 7,5 %

- 1) Calculer la durée de placement (arrondir au dixième).
- 2) La famille doit au fisc 8 % des intérêts gagnés sur cet investissement. Calculer le montant que doit reverser la famille à l'agent de contrôle ? (arrondir à l'euro le plus près)