Corrigé Bac Pro Maintenance Réseaux Bureautique Télématique session 2001

Exercice 1 : *(5 points)*

1. Montrer que l'équation différentielle peut s'écrire q" + 10^8q = 0

$$q'' + \frac{1}{1{,}25 \times 10^{-6} \times 8 \times 10^{-3}} q = 0$$

$$q'' + \frac{1}{10^{-8}} q = 0$$

$$q'' + 10^8 q = 0$$

2. Calculer la fréquence des oscillations électriques dans le circuit

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \qquad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad = \frac{1}{\sqrt{10^{-8}}} = 10^4$$

$$f = \frac{10^4}{2\pi} = 1\ 591 \text{ Hz}$$

3. Résoudre l'équation différentielle.

   A $\cos 10^4 t$ + B $\sin 10^4 t$

Exercice 2 : *(9 points)*

1. Calculer α, à 0,1 près, pour P = 0,33 mW ; P_0 = 0,7 mW et L = 2,(Km)

$$P = P_0 \cdot e^{-\alpha L} \Rightarrow -\alpha L = \ln \frac{P}{P_0} \Rightarrow \alpha = \frac{\ln(P) - \ln(P_0)}{L}$$

$$\alpha = \frac{\ln(0{,}7\ ) - \ln(0{,}33)}{2{,}5} \Rightarrow \alpha = 0{,}3$$

2. En admettant que α = 0,3 dB/Km, calculer la longueur L de la fibre otique pour que la puissance reçue P soit le quart de la puissance émise P_0.

$$P = P_0 \cdot e^{-\alpha L} \Rightarrow \alpha L = -\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) \Rightarrow L = -\ -\frac{1}{\alpha} \times \ln\left(\frac{P}{P_0}\right) \Rightarrow L = \frac{1}{0{,}3}\ln(4)$$

   donc L ≈ 4,6 Km

3. Soit la fonction $f : x \rightarrow 0{,}7\ e^{-0{,}3\,x}$ définie sur l'intervalle [0 ; 10].

   a) Calculer la fonction dérivée de la fonction f

$$f'(x) = 0{,}7 \times (-\ 0{,}3)e^{-0{,}3\,x} = -0{,}21e^{-0{,}3x}$$

b) Tableau de variation

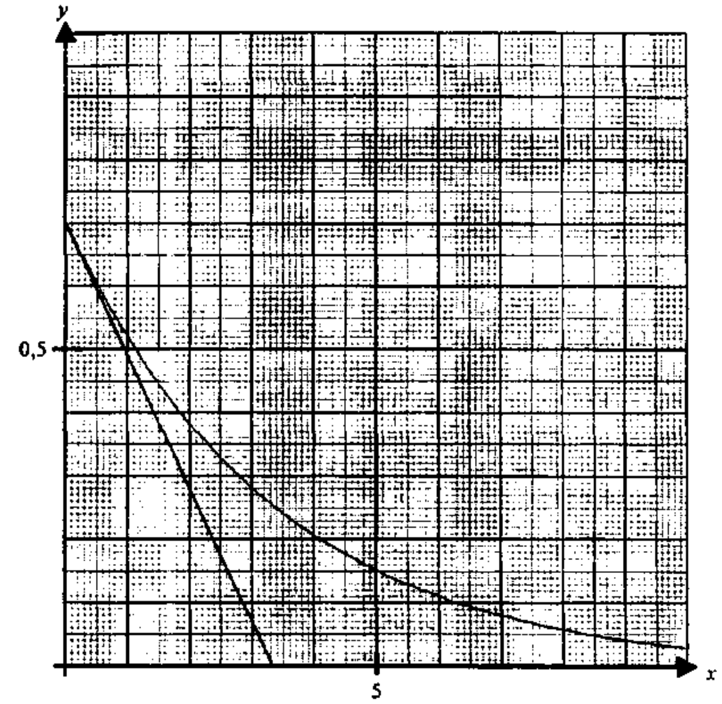
Sens de variation : $f'(x) < 0 \Rightarrow f$ est une fonction décroissante

Tableau de variation

x	**0**	**10**
$f'(x)$	–	
$f(x)$	0,7 ↘	0,03

c) Tableau de valeurs

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$	0,7	0,52	0,38	0,28	0,21	0,16	0,11	0,08	0,06	0,04	0,03



4. Equation de la tangente à la courbe au point d'abscisse $x = 0$ Coordonnées du point : (0 ; 0,7) ; coefficient directeur : $a = f'(0) = -0{,}21e^0 = -0{,}21$

   Ordonnée à l'origine : $y = ax + b \Rightarrow 0{,}7 = -0{,}21 + b \Rightarrow b = 0{,}7 \Rightarrow y = -0{,}21x + 0{,}7$

5. Primitive de f et aire de la portion comprise entre la courbe, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 10$

   $f(x) = 0{,}7\,e^{-0{,}3x} \Rightarrow F(x) = -\dfrac{7}{3}\,e^{-0{,}3x} + C$

   Calcul de l'aire : $A = \displaystyle\int_0^{10} f(x)\,dx \Rightarrow A = \left[-\frac{7}{3}e^{-0{,}3x}\right]_0^{10} \Rightarrow A = -\frac{7}{3}\left(e^{-3} - e^{0}\right)$

$\Rightarrow A = 2{,}2$ u

Exercice 3 : (*6 points*)

1. La représentation graphique est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées ⇒ la fonction est paire donc $b_n = 0$;

   Pulsation : $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}02} = 100\,\pi$ rad/s

2. Equation de la droite passant par les points O et A :

   $u(t) = a.t \Rightarrow 0{,}01 = 0{,}01.a \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \underline{u(t) = t}$

3. Calcul de a_0

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_0^{\frac{2}{T}} t\,dt \Rightarrow a_0 = \frac{2}{T}\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^{\frac{T}{2}} \Rightarrow a_0 = \frac{2}{T} \bullet \frac{T^2}{8} = \frac{T}{4} = \frac{0{,}02}{4} \Rightarrow \underline{a_0 = 0{,}005}$$

4. Calcul des coefficients a_0 jusqu'au terme de rang 5

   $$a_n = \frac{T}{n^2\pi^2}\left(\cos(n\pi) - 1\right)$$

   $a_1 = -\ 405.10^{-5}$; $a_2 = 0$; $a_3 = -\ 45.10^{-5}$; $a_4 = 0$; $a_5 = -\ 16.10^{-5}$

5. Polynôme de Fourier :

$P(t) = 0{,}005 - 405.10^{-5} \cos(100\,\pi\, t) - 45.10^{-5} \cos(300\,\pi\, t) - 16.10^{-5} \cos(500\,\pi\, t)$

6. D'après la formule de Parseval et avec $a_0 = 0{,}005$, calcul de l'énergie transportée, sur une période par les 5 premiers harmoniques du signal.

   $$E_p = a_0^2 + \frac{1}{2}\left[(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2)\right]$$

   $$E_p = 0{,}005^2 + \frac{1}{2}\left[(-\ 405.10^{-5})^2 + (-\ 45.10^{-5})^2 + (-\ 16.10^{-5})^2\right] \Rightarrow E_p = 3{,}33.10^{-5}\ \text{J}$$