Exercice 1 *(5 points)*

Un condensateur de capacité C, portant une charge Q, est déchargé dans une bobine d'inductance L, et de résistance négligeable.

On note $q(t)$ la charge du condensateur à l'instant t.

L'intensité du courant dans le circuit est donnée par :

$$i(t) = q'(t)$$

La charge du condensateur vérifie l'équation différentielle :

$$q'' + \frac{1}{LC}q = 0$$

Dans cet exercice, C = 1,25 µF et L = 8 mH (on rappelle que $\omega^2 = \dfrac{1}{LC}$).

1. Montrer que l'équation différentielle peut s'écrire : q" + 10^8q = 0
2. Calculer la fréquence des oscillations électriques dans le circuit
3. Résoudre l'équation différentielle.

Exercice 2 *(9 points)*

Un signal émis par une diode laser est atténuée dans la fibre optique servant à le transporter. Le récepteur ne reçoit qu'une partie P de la puissance émise P_0 (exprimée en watt) selon la relation :

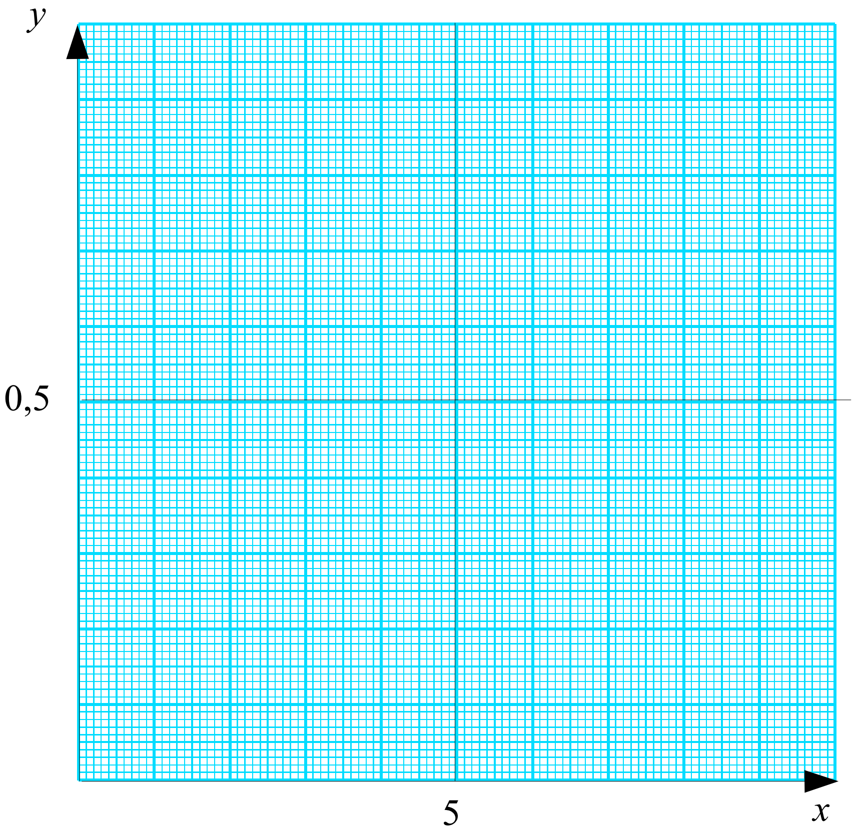
$$P = P_0 \cdot e^{-\alpha L}$$

α est le coefficient d'atténuation pour une certaine longueur d'onde exprimée en dB/Km.

L est la longueur de la fibre optique exprimée en Km.

1. Calculer α, à 0,1 près, pour P = 0,33 mW ; P_0 = 0,7 mW et L = 2,5 Km.
2. En admettant que α = 0,3 dB/Km, calculer la longueur L de la fibre optique pour que la puissance reçue P soit le quart de la puissance émise P_0.
3. Soit la fonction $f : x \rightarrow 0{,}7e^{-0{,}3x}$ définie sur l'intervalle [0 ; 10].
   a) Calculer la fonction dérivée de la fonction *f*.
   b) Dresser un tableau de variation
   c) Compléter le tableau de valeurs (elles seront données à 0,01 près) et représenter graphiquement la fonction *f* sur l'intervalle considéré.

x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
f(x)											

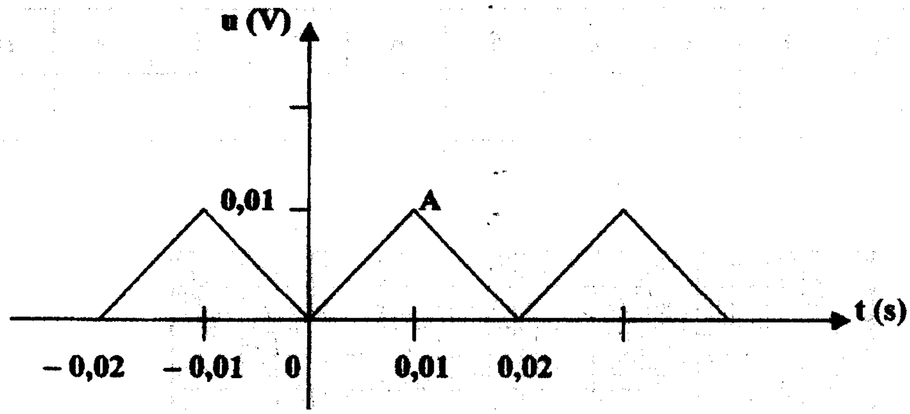


($\|\vec{i}\| = 1$ cm ; $\|\vec{j}\| = 10$ cm)

4. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse $x = 0$ et la tracer dans le repère précédent.
5. Calculer une primitive de la fonction f et en déduire l'aire de la portion de plan comprise entre la courbe, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 10$

Exercice 3 *(6 points)*

Un signal périodique triangulaire, de période T = 0,02 s, à la forme suivante :



1. Etudier sur la représentation graphique ci-dessus, la parité de la fonction.
   Justifier la réponse.
   Quelle conclusion, concernant les coefficients de Fourier, pouvez-vous en déduire ?
   Calculer la pulsation ω.
2. trouver l'équation de la droite passant par les points O et A.
3. Calculer la valeur moyenne a_0 du signal. On admet que $a_0 = \frac{2}{T} \int_{\frac{T}{2}}^{0} t\,dt$
4. En admettant que les coefficients a_n Sont obtenus par la relation :
   $a_n = \frac{T}{n^2\pi^2} \left(\cos(n\pi) - 1\right)$, calculer les coefficients a_n jusqu'au terme de rang 5.
   Arrondir à 10^{-5}.
5. Le signal périodique peut être approché par le polynôme de Fourier suivant :
   $P(t) = a_0 + a_1\cos(\omega t) + a_2\cos(2\omega t) + a_3\cos(3\omega t) + a_4\cos(4\omega t) + a_5\cos(5\omega t)$
   Sachant que $a_0 = 0{,}005$, écrire le polynôme de Fourier, jusqu'au terme de rang 5.
6. En utilisant la formule de Parseval ci-dessous et en admettant que $a_0 = 0{,}005$, calculer l'énergie transportée, sur une période par les 5 premiers harmoniques du signal.

   $E_p = a_0^2 + \frac{1}{2} (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2)$