

Afin d'orienter ses investissements, une chaîne d'hôtels réalise des analyses sur le taux d'occupation des chambres.

**Exercice 1** : (11 points)

La première analyse porte sur le bénéfice  $B(x)$ , en euro, par hôtel, en fonction du taux d'occupation  $x$  exprimé en %.

La fonction  $B$ , définie sur l'intervalle  $[20 ; 90]$ , est de la forme :

$$B(x) = -x^2 + 160x + c.$$

1. Calculer la constante  $c$  sachant que  $B(40) = 900$ . En déduire l'expression de  $B(x)$ . Calculer  $B(20)$  et  $B(90)$ .
2. Etude de la fonction  $B$ .
  - a. Exprimer  $B'(x)$  où  $B'$  désigne la dérivée de la fonction  $B$ .
  - b. Calculer la valeur  $x_0$  qui annule cette dérivée. Calculer alors la valeur  $B(x_0)$ .
  - c. Compléter le tableau de variation de la fonction  $B$

$x$	20	$x_0 = \dots$	90
Signe de $B(x)$	0		
$B(x)$			

- d. Pour quelle valeur du taux d'occupation  $x$  le bénéfice est-il maximum ? Quelle est la valeur de ce bénéfice ?
3. On cherche le taux pour lequel le bénéfice est nul (seuil de rentabilité); Pour cela, résoudre l'équation :  $-x^2 + 160x - 3\,900 = 0$  pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[20 ; 90]$ .

**Exercice 2** : (9 points)

La deuxième analyse établit un lien entre le taux d'occupation, exprimé en % et le montant des frais de publicité (en milliers d'euro).

Frais de publicité $x_1$	30	27	32	25	35	22	24	35
Taux d'occupation $y_1$	52	45	67	55	76	48	32	72

1. Représenter le nuage de points  $M(x_1 ; y_1)$  dans le repère ci-après.  
 axe des abscisses : 1 cm pour 1 milliers d'euro  
 axe des ordonnées : 1 cm pour 10 %
2. Déterminer les coordonnées du point moyen  $G$  de ce nuage, ces coordonnées seront arrondies à l'unité. Placer ce point dans le repère.
3. On choisit comme droite d'ajustement de ce nuage de points, la droite passant par le point moyen  $G$  et par le point  $P$  de coordonnées  $(35 ; 72)$ .
  - a. Placer le point  $P$  et tracer cette droite dans le repère.

- b. Déterminer graphiquement le montant des frais de publicité laissant espérer un taux d'occupation de 80 %. Les traits de construction devront figurer sur le schéma.

