

Afin d'orienter ses investissements, une chaîne d'hôtels réalise des analyses sur le taux d'occupation des chambres.

Exercice 1 : (11 points)

La première analyse porte sur le bénéfice $B(x)$, en euro, par hôtel, en fonction du taux d'occupation x exprimé en %.

La fonction B , définie sur l'intervalle $[20 ; 90]$, est de la forme :

$$B(x) = -x^2 + 160x + c.$$

1. Calculer la constante c sachant que $B(40) = 900$. En déduire l'expression de $B(x)$. Calculer $B(20)$ et $B(90)$.
2. Etude de la fonction B .
 - a. Exprimer $B'(x)$ où B' désigne la dérivée de la fonction B .
 - b. Calculer la valeur x_0 qui annule cette dérivée. Calculer alors la valeur $B(x_0)$.
 - c. Compléter le tableau de variation de la fonction B

x	20	$x_0 = \dots$	90
Signe de $B(x)$	0		
$B(x)$			

- d. Pour quelle valeur du taux d'occupation x le bénéfice est-il maximum ? Quelle est la valeur de ce bénéfice ?
3. On cherche le taux pour lequel le bénéfice est nul (seuil de rentabilité); Pour cela, résoudre l'équation : $-x^2 + 160x - 3\,900 = 0$ pour x appartenant à l'intervalle $[20 ; 90]$.

Exercice 2 : (9 points)

La deuxième analyse établit un lien entre le taux d'occupation, exprimé en % et le montant des frais de publicité (en milliers d'euro).

Frais de publicité x_1	30	27	32	25	35	22	24	35
Taux d'occupation y_1	52	45	67	55	76	48	32	72

1. Représenter le nuage de points $M(x_1 ; y_1)$ dans le repère ci-après.
 axe des abscisses : 1 cm pour 1 milliers d'euro
 axe des ordonnées : 1 cm pour 10 %
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage, ces coordonnées seront arrondies à l'unité. Placer ce point dans le repère.
3. On choisit comme droite d'ajustement de ce nuage de points, la droite passant par le point moyen G et par le point P de coordonnées $(35 ; 72)$.
 - a. Placer le point P et tracer cette droite dans le repère.

- b. Déterminer graphiquement le montant des frais de publicité laissant espérer un taux d'occupation de 80 %. Les traits de construction devront figurer sur le schéma.

