

Une entreprise fabrique des objets.

Si n est un nombre entier compris entre 10 et 100 ($10 \leq n \leq 100$), le coût total de production C , exprimé en francs, de n objets est donné par la formule :

$$C = n^2 - 80n + 3\,600$$

Partie 1 : Calcul de coûts unitaires de fabrication (5 points)

1. Calculer le coût total de fabrication de :
 - a. 20 objets ;
 - b. 40 objets ;
 - c. 70 objets.

Exprimer les résultats en francs.

2. Calculer le coût unitaire de fabrication pour les fabrications suivantes : :
 - a. 20 objets ;
 - b. 40 objets ;
 - c. 70 objets.

Exprimer les résultats en francs, arrondis au centime.

Rappel :

Coût unitaire de fabrication pour n objets fabriqués = $\frac{\text{Coût total de fabrication de } n \text{ objets}}{n}$

3. Montrer que le coût unitaire de fabrication U , exprimé en francs, pour n objets fabriqués est donné par la formule $U = n - 80 + \frac{3\,600}{n}$.

Partie 2 : Recherche du nombre d'objets à fabriquer pour que le coût unitaire de fabrication soit le plus petit possible. (15 points)

A. Etude d'une fonction.

On considère la fonction f définie, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[10 ; 100]$,

par $f(x) = x - 80 + \frac{3\,600}{x}$.

1. Compléter le tableau de valeurs

x	30	40	50	60
valeur de $f(x)$ arrondie à 10^{-2}			42	

2. Dans le plan rapporté au repère $(Ox ; Oy)$ de l'annexe, on a visualisé une partie de la courbe \mathcal{C} représentative de la fonction f .
 - a. Compléter le tracé de la courbe \mathcal{C} en utilisant les résultats consignés dans le tableau de valeur précédent.
 - b. Par une lecture graphique, à l'aide de la courbe \mathcal{C} , donner une estimation de la valeur approchée du minimum de la fonction f (*Laisser apparents les traits ayant permis de répondre à cette question*).

3. On note f' la fonction dérivée de la fonction f . On admet que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[10 ; 100]$, $f'(x) = \frac{x^2 - 3\,600}{x^2}$

- a. Déterminer, par le calcul, la solution x_0 de l'équation, d'inconnue x , $f'(x) = 0$
- b. Sachant que $f(x_0)$ est le minimum de la fonction f , donner la valeur exacte de ce minimum.

B. A l'aide des résultats trouvés précédemment, indiquer, en une phrase, quel est le nombre d'objets à fabriquer pour que le coût unitaire de fabrication soit le plus petit possible. Préciser quel est, dans ce cas, le coût unitaire de fabrication obtenu.

Annexe

