

Suites Numériques

A / Suites arithmétiques :

1°/ Définition :

Chaque terme d'une suite arithmétique est obtenu à partir du terme précédent par addition d'un nombre constant appelé raison.

Exemple :

La suite de nombres (2 ; 5 ; 8) est obtenue à partir du premier nombre par additions successives du nombre 3.

2°/ A retenir :

Si l'on désigne par U les termes d'une suite,

$$\mathbf{U_n = U_{n-1} + r}$$

(Terme de rang n) (terme de rang n-1) (raison de la suite)

Une suite arithmétique est définie par son premier terme U_1 et sa raison r.

La suite (2 ; 5 ; 8) est la suite arithmétique de premier terme $U_1 = 2$ et de raison $r = 3$.

3°/ Expression de U_n en fonction de U_1 et r :

$$U_2 = U_1 + r$$

$$U_3 = U_2 + r = U_1 + r + r = U_1 + 2r$$

$$U_4 = U_3 + r = U_1 + 3r$$

D'une façon générale,

$$\mathbf{U_n = U_1 + (n - 1)r}$$

Exemple :

Dans la suite (2 ; 5 ; 8 ; ...) le dixième terme a pour valeur $U_{10} = U_1 + 9r = 2 + 9 \times 3 = 29$

4°/ Raison d'une suite arithmétique :

Une suite étant définie par son premier terme et par un terme de rang n,

$$U_n = U_1 + (n - 1)r$$

$$(n - 1)r = U_n - U_1$$

$$r = \frac{U_n - U_1}{(n - 1)}$$

5°/ Représentation graphique d'une suite arithmétique :

La représentation graphique d'une suite numérique est l'ensemble des points de coordonnées (n ; U_n).

La représentation graphique d'une suite arithmétique est une droite.

Le coefficient directeur de la droite est égal à la raison de la suite.

6°/ Somme des n premiers termes d'une suite arithmétique :

La somme des n premiers termes d'une suite arithmétique s'écrit :

$$\mathbf{S = \frac{n(U_1 + U_n)}{2}}$$