Interprétation d'un système $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

La résolution d'un système linéaire de deux équations à deux inconnues est liées à la position relative de deux droites :

sécantes , strictement parallèles ; confondues

Remarque :

1ère équation de droite : L'équation ax + by = c donne l'équation $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$ ($b \neq 0$)

2ième équation de droite : L'équation a'x + b'y = c' donne l'équation $y = -\frac{a'}{b'}x + \frac{c'}{b'}$ ($b' \neq 0$)

Critère pour reconnaître si un système admet une solution, on calcule :

$a \times b' - b \times a'$

$ab' - ba' = 0$ → Proportionnalité des coefficients en x et en y

$ab' - ba' \neq 0$ → Une unique solution

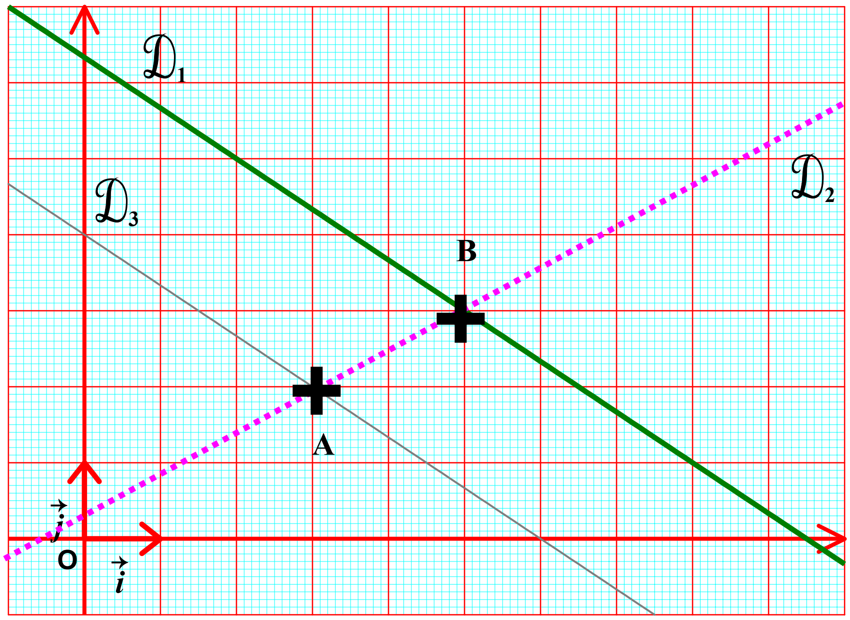
Le système n'a **aucune solution** si $a'c - ca' \neq 0$

Le système a une **infinité de solutions** si $a'c - ca' = 0$

I- Je comprends le cours

1- Par lecture directe sur le graphe, **donner** les équations des droites suivantes :

$\mathcal{D}_1$: $y = -\frac{2}{3}x + \frac{19}{3}$ $\mathcal{D}_2$: $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ $\mathcal{D}_3$: $y = -\frac{2}{3}x + 4$



2- Lire les coordonnées de A (**3** ; **2**) et B(**5** ; **3**)

3- Compléter le tableau en faisant le lien avec le lien avec le graphique ci-dessus
(si nécessaire calculer ac' – ca')

Système	**droites**	**Positions relatives**	**Critère(s)**	**Solution(s)**
$\begin{cases} 2x + 3y = 19 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$	$\mathcal{D}_1$ **$\mathcal{D}_2$**	Les droites $\mathcal{D}_1$ et **$\mathcal{D}_2$ sont sécantes.**	ab' – a'b = **$2 \times 2 + 3 \times 1$ $= 7$ $\neq 0$**	**Coordonnées de B : le couple (5 ; 3)**
$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$	**$\mathcal{D}_1$ $\mathcal{D}_2$**	**Les droites $\mathcal{D}_3$ et $\mathcal{D}_2$ sont sécantes.**	ab' – a'b = **$2 \times (-2) - 3 \times 1$ $= -7$ $\neq 0$**	**Le couple (3 ; 2)**
$\begin{cases} 2x + 3y = 19 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 2 \end{cases}$	**$\mathcal{D}_1$ $\mathcal{D}_2$**	**Les droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_3$ sont strictement parallèles.**	ab' – a'b = **$2 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \times 3$ $= 0$**	**Pas de solution : $\varnothing$**

II- J'apprends à utiliser mes connaissances.

J'ai besoin des connaissances suivantes :

- *Les équations de droites*
- *Les définitions des médianes*

Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on connaît les points A(0, 4), B(6, 0) et C(-2, 0).

1- **Faire** une figure (sur papier millimétré).

2- **Déterminer** une équation de la droite (AB).

L'équation de la droite (AB) est de la forme : $\boxed{y = ax + b}$

- **avec** $\boxed{a = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}}$ **soit a =** $\frac{4 - 0}{0 - 6} = -\frac{2}{3}$

L'équation de la droite (AB) devient : $y = -\frac{2}{3}x + b$

- **b est-solution d'une équation du premier degré :**

A(0, 4) ∈ (AB) : les coordonnées du point A vérifient l'équation de la droite (AB)

Soit $y_A = -\frac{2}{3}x_A + b$

$4 = 0 + b$

$b = 4$

l'équation de la droite (AB) est $y = -\frac{2}{3}x + 4$.

3- **Déterminer** une équation de la médiane issue de A.

La médiane issue de A passe par le milieu du segment [BC].

- Les coordonnées du milieu A' de [BC] sont :

A' $\begin{cases} \frac{x_B + x_C}{2} \\ \frac{y_B + y_C}{2} \end{cases}$ soit A' $\begin{cases} \frac{6-2}{2} \\ \frac{0+0}{2} \end{cases}$ d'où $\boxed{A'(2, 0)}$

L'équation de la droite (AA') est de de la forme : $\boxed{y = ax + b}$

- **avec** $\boxed{a = \frac{y_A - y_{A'}}{x_A - x_{A'}}}$ **soit** $a = \frac{4-0}{0-2} = -2$

L'équation de la droite (AB) devient : $y = -2x + b$

- **b est-solution d'une équation du premier degré :**

A(0, 4) ∈ (AA') : les coordonnées du point A vérifient l'équation de la droite (AA')

Soit $y_A = -2x_A + b$

$4 = 0 + b$

$b = 4$

l'équation de la droite (AA') est $y = -2x + 4$.

4- **Déterminer** une équation de la médiane issue de C.

La médiane issue de C passe par le milieu du segment [BA].

- **Les coordonnées du milieu C' de [BA] sont :**

C' $\begin{cases} \frac{x_B + x_A}{2} \\ \frac{y_B + y_A}{2} \end{cases}$ **soit A'** $\begin{cases} \frac{0+6}{2} \\ \frac{4+0}{2} \end{cases}$ **d'où** $\boxed{C'(3, 2)}$

L'équation de la droite (CC') est de de la forme : $\boxed{y = ax + b}$

- **avec** $\boxed{a = \frac{y_C - y_{C'}}{x_C - x_{C'}}}$ **soit** $a = \frac{0-2}{-2-3} = \frac{2}{5}$

L'équation de la droite (AB) devient : $y = \frac{2}{5}x + b$

- **b est-solution d'une équation du premier degré :**

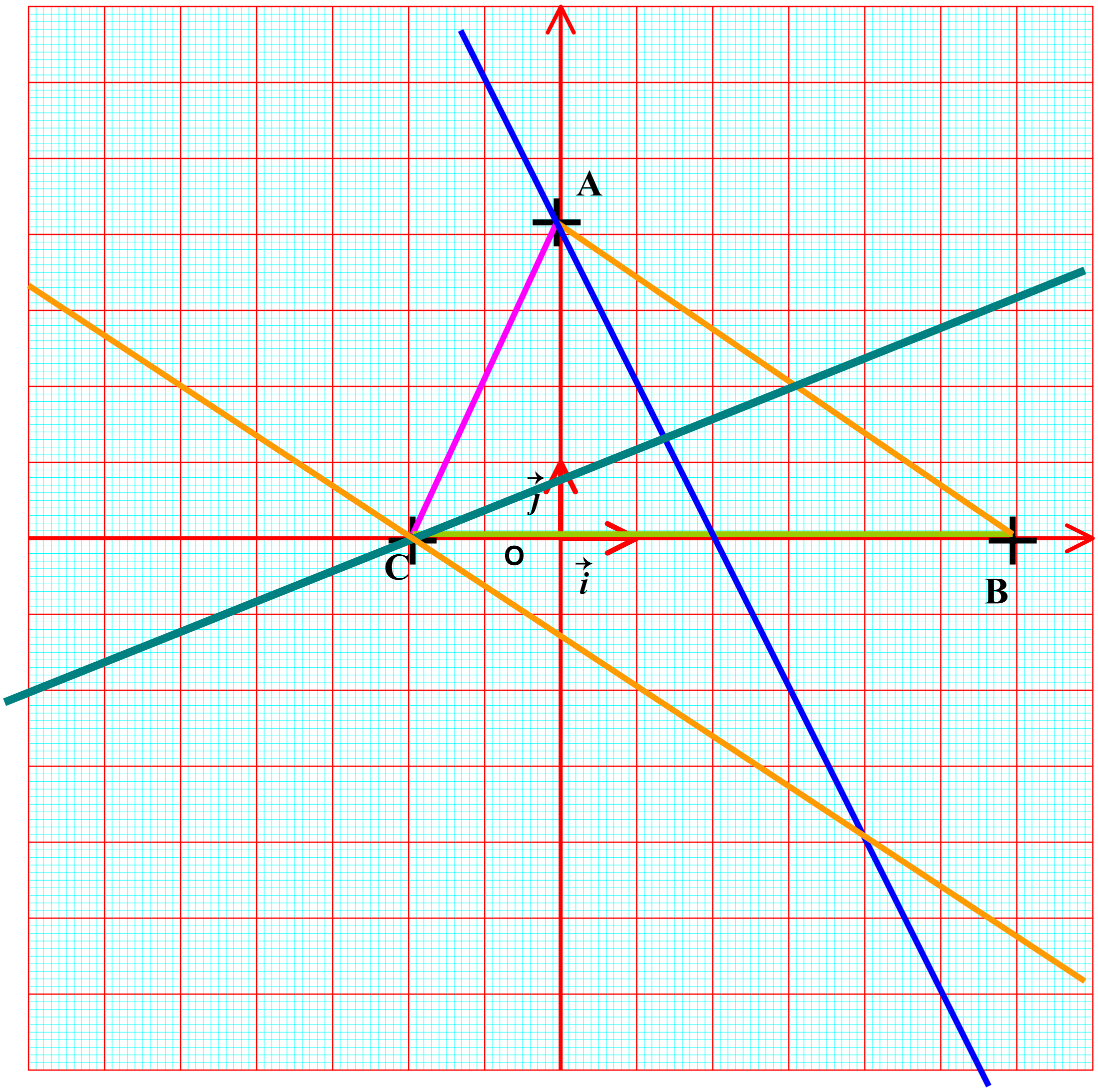
C(-2, 0) ∈ (CC') : les coordonnées du point C vérifient l'équation de la droite (CC')

Soit $y_C = \frac{2}{5}x_C + b$

$0 = \frac{2}{5} \times (-2) + b$

$b = \frac{4}{5}$

<u>**l'équation de la droite (AA') est $y = -\frac{2}{5}x + \frac{4}{5}$.**</u>



5. **Déterminer** une équation de la parallèle à (AB) passant par C.

Soit (D) la droite parallèle à la droite (AB) passant par C : y = ax + b

- **Deux droites sont parallèles si elles ont le même coefficient directeur :**

$$a = -\frac{2}{3}$$

- **C(-2, 0) ∈ (D) : ses coordonnées vérifient l'équation de la droite (D) :**

$$y_C = -\frac{2}{3}x_C + b$$

$$0 = -\frac{2}{3} \times (-2) + b$$

$$0 = \frac{4}{3} + b$$

$b = -\frac{4}{3}$

<u>l'équation de la droite (D) est</u> $y = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$

6- **En déduire** l'existence des solutions des systèmes : $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 2x - 5y = -4 \end{cases}$ et $\begin{cases} 2x + 3y = -4 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

	Droite (AB)	**Médiane issue de A**	**Médiane issue de C**	**Parallèle à (AB) passant par C**
équation	$y = -\frac{2}{3}x + 4.$	$y = -2x + 4$	$y = -\frac{2}{5}x + \frac{4}{5}.$	$y = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$
Autre écriture	**3y + 2x = 12**	**y + 2x = 4**	**5y + 2x = 4**	**3y + 2x = -4**