

Résolution d'un système par substitution

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$



Pour résoudre un système par substitution

- On vérifie que le système admet une solution unique : $ab' - ba' \neq 0$
- On isole une des inconnues dans une des équations (la plus simple), puis on remplace dans l'autre équation.

I- Je comprends le cours

Compléter la résolution des systèmes suivants :

a)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 4x + y = -4 \end{cases}$$
 Critère :
$$ab' - ba' = 2 - 3 \times 4 = 10 \neq 0$$

Donc **un seul couple solution.**

On isole y dans la seconde équation et on remplace dans la première, puis on résout l'équation en x :

$$\begin{cases} y = -4x - 4 \\ 2x + 3(-4x - 4) = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -4x - 4 \\ -10x - 12 = 8 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -4x - 4 \\ x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 4 \end{cases}$$

D'où le couple solution (**2 ; 4**)

b)
$$\begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$$
 Critère :
$$ab' - ba' = 3 \times 3 - 2 \times 1 = 7 \neq 0$$

Donc **un seul couple solution.**

On isole x dans la seconde équation et on remplace dans la première, puis on résout l'équation en y .

$$\begin{cases} x = 1 - 3y \\ 3(1 - 3y) + 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - 3y \\ -7y + 7 = -4 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 1 - 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$$

D'où le couple solution (**-2 ; 1**)

II-Je travaille seul.

Résoudre par substitution :

a)
$$\begin{cases} x + 3y = 1 \\ -2x + y = 12 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x - 4y = 9 \\ -x + 5y = 8 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 3x - y = 8 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 7 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x + 3y = 1 \\ -2x + y = 12 \end{cases}$$

Critère :

$$ab' - ba' = 1 + 2 \times 3 = 7 \neq 0$$

Un seul couple solution.

$$\begin{cases} x = 1 - 3y \\ -2(1 - 3y) + y = 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - 3y \\ 7y = 14 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - 3y \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 2 \end{cases}$$

D'où le couple solution (**-5 ; 2**)

$$\text{b) } \begin{cases} 3x - 4y = 9 \\ -x + 5y = 8 \end{cases}$$

Critère :

$$ab' - ba' = 3 \times 5 - 4 = 11 \neq 0$$

Un seul couple solution.

$$\begin{cases} x = 5y - 8 \\ -(5y - 8) - 4y = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5y - 8 \\ 11y = 33 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases}$$

D'où le couple solution (**7 ; 3**)

$$\text{c) } \begin{cases} 3x - y = 8 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 7 \end{cases}$$

Critère :

$$ab' - ba' = 3 \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{3} = \frac{11}{6} \neq 0$$

Un seul couple solution.

$$\begin{cases} 3x - y = 8 \\ 2x + 3y = 42 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 8 \\ 2x + 3(3x - 8) = 42 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 8 \\ 11x = 66 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 10 \end{cases}$$

D'où le couple solution (**6 ; 10**)