Identités remarquables – Développements et factorisations

Ce que vous avez appris au collège :

Définition

La multiplication est distributive par rapport à l'addition.

$a\,(b + c) = a \times b + a \times c$ $\qquad\qquad$ $(b + c)\,a = b \times a + c \times a$

Le signe « × » est sous entendu entre le terme a et (b + c).

Le signe « × » est sous entendu entre le terme (b + c) et a.

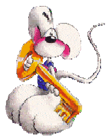
*Le terme distributivité vient du verbe **DISTRIBUER**.*
On distribue a sur chacun des termes de la somme b et c.

Propriété

Quels que soient les nombres réels a, b, c et d, on a :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Le signe « × » est sous entendu entre les termes a et c, les termes a et d, les termes b et c et les termes b et d



DEVELOPPER : *consiste à transformer, grâce à la distributivité de la multiplication sur l'addition, un produit de facteurs en une somme.*
REDUIRE : *consiste à regrouper les puissances de même exposant.*
Ordonner : *consiste à écrire, en général, la somme suivant les puissances décroissantes de la variable.*

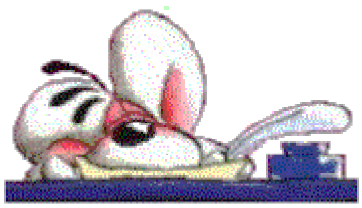
Les identités remarquables

Quels que soient les nombres réels a et b :

développement

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab\ b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Factorisation



Exercices types

Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes

$A = 2(x + 1) + 3(x - 2)$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$A = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$B = 4(2x - 5) - 6(x + 3)$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$B = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$C = 3 - (-2x + 1) + 4(x - 3)$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$C = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$D = 2x(x - 1) + 4x(x + 7)$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$D = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$E = (2x - 5)^2$

$E = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$F = \left(\frac{2}{3}x + \frac{5}{2}y\right)^2$

$F = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$G = (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$

$G = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$H = \left(x - \frac{3}{4}\right)\left(x + \frac{3}{4}\right)$

$H = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$I = (x - 3)^2 + (x + 7)^2 + (x - 8)(x + 8)$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$I = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$J = 4x(x - 9)^2 + x^4 - 16 - 5x^2(2x - 1)^2$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

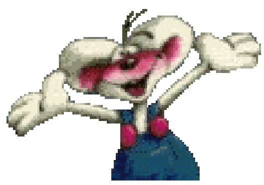
$J = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$K = 3(x + 5)^2 + x(x - 1)^2$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$K = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$



Exercices types

Factoriser les expressions suivantes

A' = $2x^2 + 3x$

A' = ...

B' = $12x^3 - 4x^2 + 2x$

B' = ...

C' = $5(x - 2) - 8(x - 2)$

= ....

C' = ...

D' = $(x + 2)(x + 4) + (x + 2)(4x - 1)$

= ....

D' = ...

E' = $9x^2 + 12x + 4$

E' = ...

F' = $x^2 - 10x + 25$

F' = ...

G' = $4y^2 - \dfrac{25}{4}$

G' = ...

H' = $\dfrac{9}{4}x^2 - 7$

H' = ...

I' = $(3x - 1)(x + 2) + (3x - 1)(-x + 4) + (3x - 1)(7x - 2)$

= ....

= ....

I' = ...

J' = $(9x^2 - 1) + (3x + 5)(3x - 1) + (9x^2 - 6x + 1)$

= ....

= ....

J' = ...

K' = $(4x + 1)^2 - (x - 2)^2$

= ....

= ....

K' = ...

L' = $(x - 3)(5x + 1) + (3 - x)(x + 2) + (3 - x)(8x + 6) - (x - 3)(7x + 6)$

= ....

= ....

= ....

L' = ...

Encore des factorisations !

1) $x^3 - 5x^2$
2) $x^7 + 15x^6$
3) $(2x + 1)(x + 8) - (2x + 1)(7x - 12)$
4) $(x + 9)(x - 1) - (x + 9)(1 - 5x)$
5) $(x - 3)(5x + 1) + (3 - x)(x + 4)$
6) $(3x - 2)(x + 6) - (2 - 3x)(x + 7)$
7) $(9x - 2)(2x + 3) - (2 - 3x)(x + 7)$
8) $(9x - 2)(2x + 3) - (2 - 9x)(x + 1)$
9) $(x + 1)(7x + 2) + (-x - 1)(3x - 5)$
10) $(-2x + 3)(-x - 5) + (x + 5)(x + 1)$
11) $(x + 7)(x - 9) + (x + 7)$
12) $(x - 5)(2x + 9) - (5 - x)$
13) $(x + 3)(x + 7) - (5x + 15)(2x - 8)$
14) $x^3 - x^2 - (x - 1)$
15) $x^3 - 3x^2 - x + 3$
16) $x^3 - x$
17) $16x^3 - 64x$
18) $25x^7 - 36x^5$
19) $x^3 - 10x^2 + 25x$
20) $(x + 2)^2 - (5x - 7)^2$
21) $(x - 3)^2 - 25(x + 2)^2$
22) $144(x - 1)^2 - 16(x + 2)^2$