

Résolution graphique de l'équation $\sin x = b$ sur l'intervalle $] -\pi ; \pi]$

I-Résolution à l'aide du cercle trigonométrique

1- mise en situation

1- Soit le cercle trigonométrique \mathcal{C} muni d'un repère orthonormal

$(O ; \vec{OA} ; \vec{OB})$.

a) Soit x appartenant à $] -\pi ; \pi]$. Entre quelles valeurs extrêmes est compris $\sin x$?

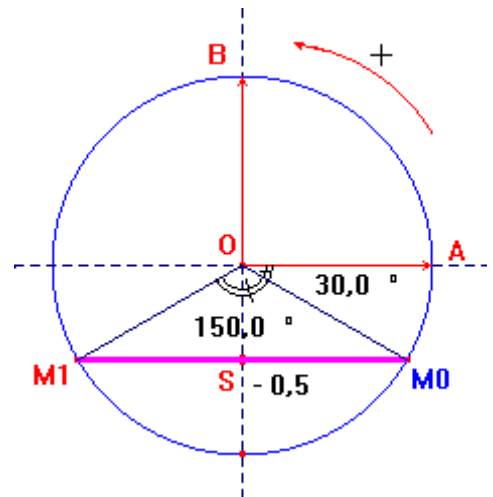
$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

b) En déduire un encadrement de b pour que l'équation $\sin x = b$ admette des solutions.

$$-1 \leq b \leq 1$$

c) Reporter sur l'axe des sinus le point S tel que $\overline{OS} = -0,5$.

d) A l'aide d'un rapporteur, en déduire les valeurs approchées au degré près des solutions x_1 et x_2 de l'équation $\sin x = -0,5$. Exprimer x_1 et x_2 en radians (arrondir à 0,1 radian).



	En degrés	En radian
x_1	-30°	$-\frac{30 \times \pi}{180} = -\frac{\pi}{6} \approx -0,5$
x_2	-150°	$-\frac{150 \times \pi}{180} = -\frac{5\pi}{6} \approx -2,6$

e) Valider le résultat

	x en degrés	x en radian
$\sin x_1$	$\sin(-30^\circ) =$	$\sin(-0,5) = 0,5$
$\sin x_2$	$\sin(-150^\circ) =$	$\sin(-2,6) = 0,5$

f) Formuler la réponse

L'équation $\sin x = -0,5$ admet deux solutions sur l'intervalle $] -\pi ; \pi]$:

$$x_1 = -0,5 \text{ et } x_2 = -2,6$$

2- Résoudre $\sin x = 0,6$ pour $x \in] -\pi ; \pi]$

• Je repère le point S de l'axe des sinus d'ordonnée 0,6.

• Je projette sur le cercle le point S ; j'obtiens deux points M_1 et M_2 .

• Je mesure les angles orientés $(\vec{OA} ; \vec{OM}_0)$ et $(\vec{OA} ; \vec{OM}_1)$:

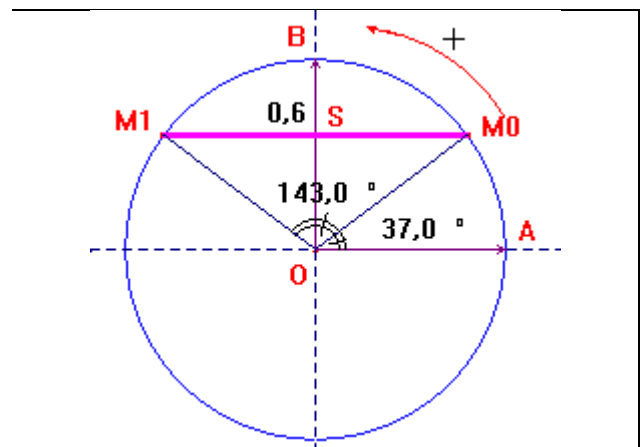
$$(\vec{OA} ; \vec{OM}_0) = 37^\circ \quad (\vec{OA} ; \vec{OM}_1) = 143^\circ$$

• Je convertis les angles en radians :

$$(\vec{OA} ; \vec{OM}_0) = 0,6 \text{ rad} \quad (\vec{OA} ; \vec{OM}_1) = 2,5 \text{ rad}$$

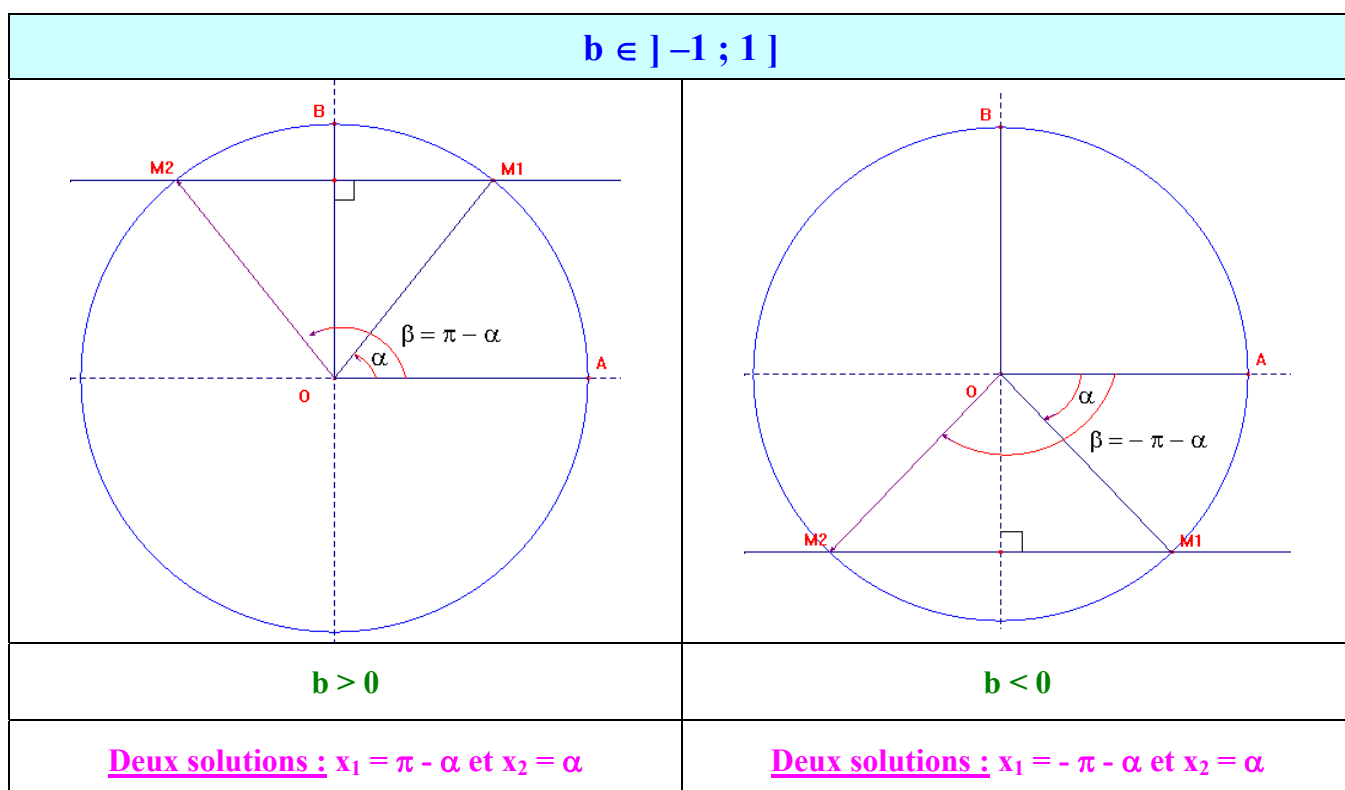
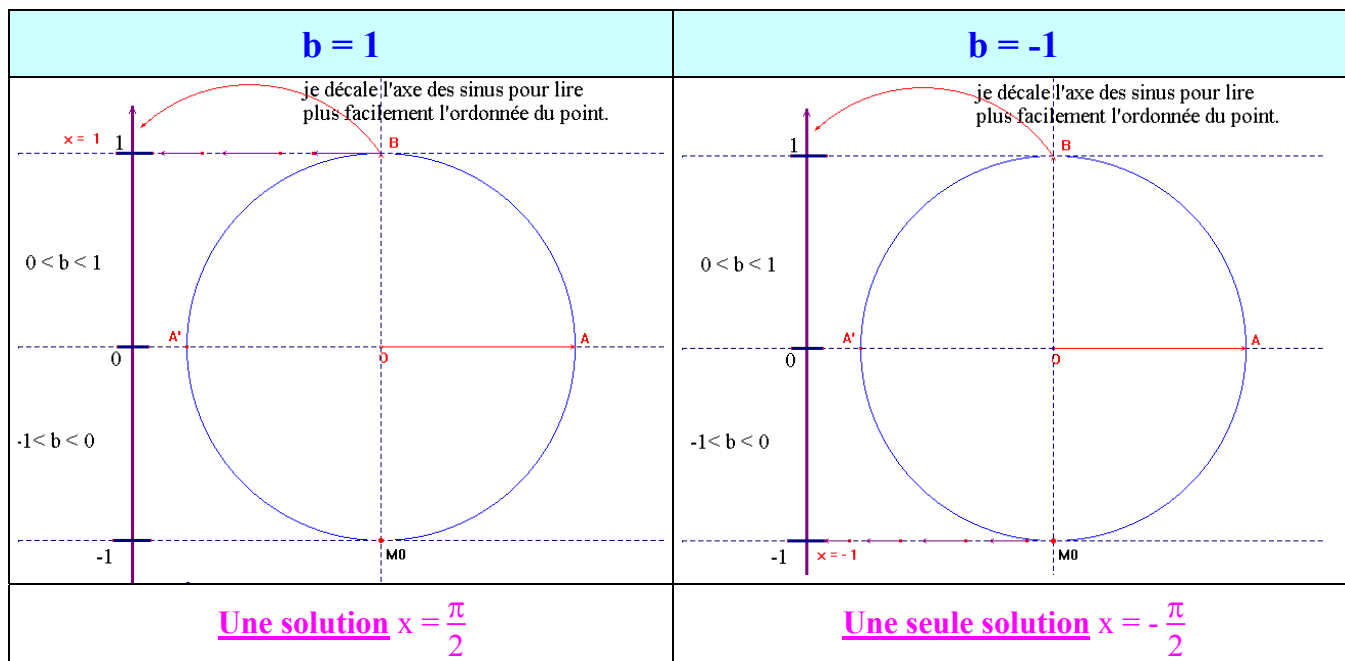
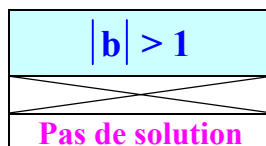
• Je formule la réponse :

$$S = \{0,6, 2,5\}$$



2- Ce qu'il faut retenir.

Résoudre l'équation $\sin x = b$ sur l'intervalle $]-\pi ; \pi]$ consiste à déterminer le nombre de solutions selon la valeur de b .



3- la méthode.

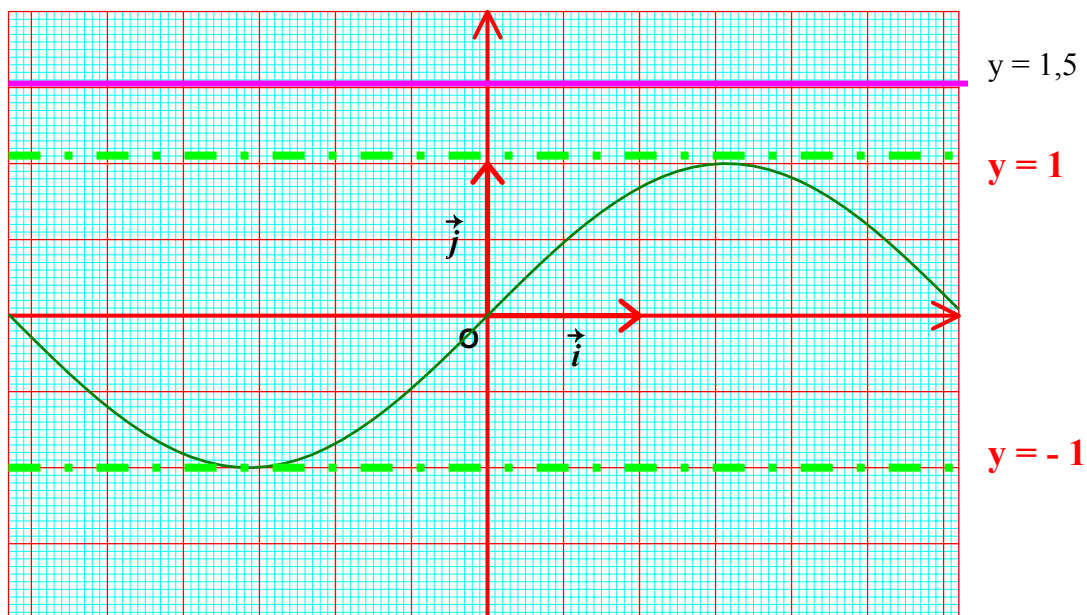
- Placer sur le cercle trigonométrique les points M_0 et M_1 d'ordonnée b .
- Mesurer à l'aide du rapporteur les angles orientés $(\vec{OA} ; \vec{OM}_0)$ et $(\vec{OA} ; \vec{OM}_1)$.
- A l'aide la calculatrice, convertir les angles en degrés en radians.

I-Résolution à partir de la représentation de la fonction $\sin x$ sur l'intervalle $]-\pi ; \pi]$.

1- mise en situation.

On se propose de trouver les solutions de l'équation $\sin x = 1,5$.

Soit la courbe représentative C_{\sinus} de la fonction sinus définie sur l'intervalle $]-\pi ; \pi]$ dans le repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) .



- Tracer la droite (Δ) d'équation $y = 1,5$.
- Combien existe-t-il de points d'intersection entre C_{\sinus} et (Δ) ?

Il n'existe aucun point d'intersection entre C_{\sinus} et (Δ) .

- En déduire la ou les solutions de l'équation $\sin x = 1,5$.

$$S = \emptyset$$

- A quelle condition sur le réel b , l'équation $\sin x = b$ admettra-t-elle une ou des solutions ?

Il faut que :

$$-1 \leq b \leq 1$$

2- Ce qu'il faut retenir.

Les solutions de l'équation $\sin x = b$ sur l'intervalle $]-\pi ; \pi]$ sont les **abscisses** des points d'intersection de la **droite (Δ) d'équation $y = b$** et de la **représentation graphique C_{\sinus}** de la fonction $x \mapsto \sin x$.

3- exemple.

Résoudre l'équation $\sin x = 0,7$ sur l'intervalle $]-\pi ; \pi]$

- Je trace la droite (Δ) d'équation $y = 0,7$ et la courbe représentative de la fonction $f(x) = \sin x$ sur l'intervalle $]-\pi ; \pi]$

- Je repère les abscisses des points d'intersection

- Je réponds :

$$S = \{ 0,8 , 2,4 \}$$

