

Trigonométrie

I-Extrait du programme officiel de BEP/CAP.

<p><u>a) Cercle trigonométrique mesures de l'angle orienté de deux vecteurs unitaires, mesure principale</u></p> <p><u>b) Cosinus et sinus d'un nombre réel. Relation</u></p> $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ <p><u>c) Définition de la tangente d'un nombre réel à partir de la relation</u></p> $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$	<p>L'unité d'angle est le radian. La mesure principale appartient à l'intervalle $] -\pi , \pi]$. On fera le lien avec le degré décimal et les angles non orientés employés dans les classes antérieures.</p> <p>L'application au triangle rectangle constitue une articulation essentielle. L'utilisation de la calculatrice et les méthodes graphiques permettront d'obtenir $\cos x$ et $\sin x$.</p> <p>La définition et l'utilisation de l'axe des tangentes 'sur le cercle trigonométrique n'est pas un objectif du programme.</p>
<p><u>d) Résolution des équations $\cos x = a$; $\sin x = b$ sur l'intervalle $] -\pi , \pi]$.</u></p>	<p>Le nombre, et l'ordre de grandeur des solutions éventuelles de chacune de ces équations seront obtenus à partir de l'observation du cercle trigonométrique ou de la représentation graphique de la fonction. La calculatrice permet d'obtenir une valeur approchée à une précision fixée.</p>
<p><u>e) Application de la trigonométrie au triangle quelconque. Relations :</u></p> $\frac{a}{\sin \vec{A}} = \frac{b}{\sin \vec{B}} = \frac{c}{\sin \vec{C}}$ $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \pi$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \vec{A}$	

II-Ce que j'ai appris

Titre du chapitre	Le cercle trigonométrique	17 page 148 Dossier 6 page 143 (1 ^{er})
Résumé	Fiche « Références »	P 217 (cahier)
Evaluation	Mesures principale, conversions, placer des points sur le cercle trigonométrie	cahier
TP	Le Radian - CABRIGEOMETRE	Cours
	Mesure d'un angle en radian - GEOPLAN	Cours

Titre du chapitre	Equation trigonométrique	18 page 156 Dossier 6 page 73 (2 ^e)
Résumé	Fiche « Références »	P 141

Titre du chapitre	Relations trigonométriques dans un triangle quelconque	19 page 164 Dossier 9 p 103
Résumé	Fiche « Références »	P 147
Les exercices	TD : les relations trigonométriques dans un triangle quelconques	cahier
évaluations	Théorème des sinus	cahier

III-Ce que je dois savoir.

1- Le cercle trigonométrique

Le cercle trigonométrique est le cercle orienté de rayon 1.

Le sens positif est le sens inverse des aiguilles d'une montre (ou le sens de parcours sur un giratoire)

2-Le radian

1 radian est un angle au centre qui intercepte un arc de cercle de longueur R sur un cercle de rayon R

3-Mesure principale de l'angle orienté (\vec{OA} ; \vec{OM})

On appelle **mesure principale** (ou détermination) α de l'angle orienté $(\vec{OA}; \vec{OM})$, le nombre α ainsi défini :

<p>Si le « plus court trajet » de A vers M s'effectue dans le sens positif, Alors $\alpha = \widehat{AOM}$</p>	<p>Si le « plus court trajet » de A vers M s'effectue dans le sens négatif, Alors $\alpha = - \widehat{AOM}$</p>	<p>A et M sont diamétralement opposés, Alors $\alpha = \pi$</p>

4- Mesures de l'angle orienté $(\vec{OA}; \vec{OM})$

Les mesures de l'angle orienté $(\vec{OA}; \vec{OM})$ sont les réels de la forme $x = \alpha + k \cdot 2\pi$ où k est un entier relatif quelconque.

5- Résoudre $\cos x = a$ dans l'intervalle $] -\pi ; \pi]$

L'équation $\cos x = a$ admet deux solutions dans l'intervalle $] -\pi ; \pi]$:

$$x = \alpha \quad (\text{mesure principale de } (\vec{OA}; \vec{OM}_1))$$

$$x = -\alpha \quad (\text{mesure principale de } (\vec{OA}; \vec{OM}_2))$$

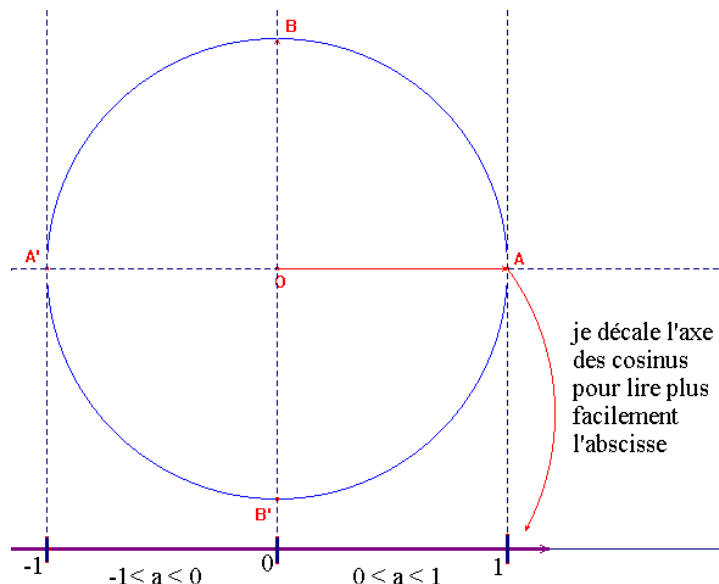
Méthode	graphique
<ul style="list-style-type: none"> On trace le cercle trigonométrique On place sur l'axe des cosinus le point C d'abscisse a 	

Avec la calculatrice

Méthode	affichage
<p>On a la relation : $\cos x = \frac{4}{5}$. Que vaut x ?</p> <p>SHIFT</p> <p>AcS E</p> <p>cos (4 ÷ 5) EXE</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $\cos^{-1} (4 \div 5)$ 36.89989765 </div>

Cas particuliers :

- Si $a = 1$, l'équation admet une seule solution sur $] -\pi ; \pi] : x = 0$
- Si $a = -1$, l'équation admet une seule solution sur $] -\pi ; \pi] : x = \pi$
- Si $a > 1$ ou $a < -1$, l'équation n'admet pas de solution.



6-Résoudre $\sin x = b$ dans l'intervalle $] -\pi ; \pi]$

L'équation $\sin x = b$ admet deux solutions dans l'intervalle $] -\pi ; \pi]$:

$$\begin{aligned}
 x &= \alpha && (\text{mesure principale de } (\vec{OA}; \vec{OM}_1)) \\
 x &= \beta && (\text{mesure principale de } (\vec{OA}; \vec{OM}_2)) \begin{cases} \text{si } \alpha > 0 \text{ alors } \beta = \pi - \alpha \\ \text{Si } \alpha < 0 \text{ alors } \beta = -\pi - \alpha \end{cases}
 \end{aligned}$$

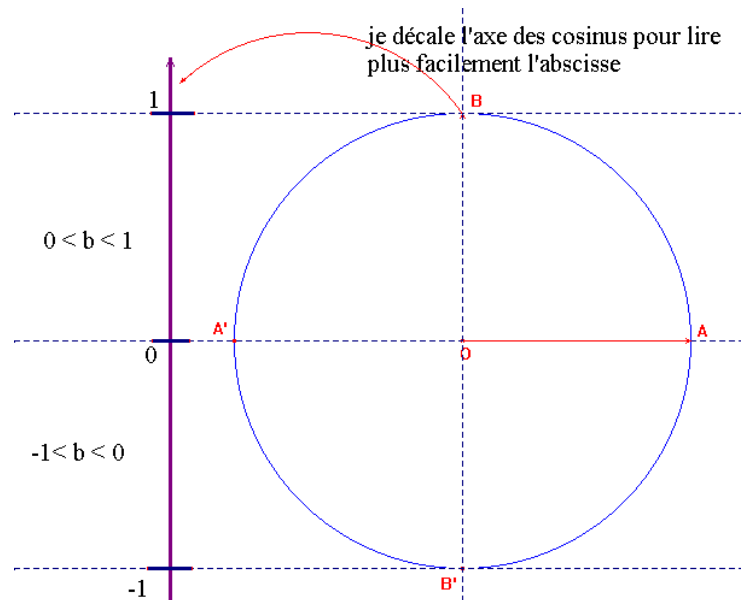
Méthode	graphique
	<ul style="list-style-type: none"> • On trace le cercle trigonométrique • On place sur l'axe des sinus le point S d'ordonnée b.
$\alpha > 0$	$\alpha < 0$

Avec la calculatrice

Méthode	affichage
<p>On a la relation : $\sin x = \frac{4}{5}$. Que vaut x ?</p> <p>SHIFT</p> <p>Asin □</p> <p>sin (4 ÷ 5) EXE</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $\sin^{-1} (4 \div 5)$ 53.13010235 </div>

Cas particuliers :

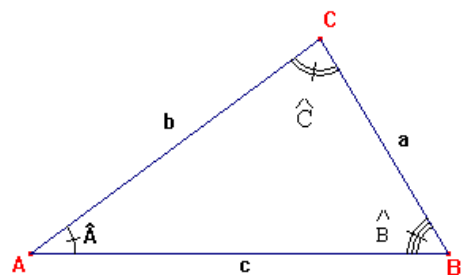
- Si $b = 1$, l'équation admet une seule solution sur $] -\pi ; \pi] : x = \frac{\pi}{2}$
- Si $b = -1$, l'équation admet une seule solution sur $] -\pi ; \pi] : x = -\frac{\pi}{2}$
- Si $b > 1$ ou $b < -1$, l'équation n'admet pas de solution.



7- Le théorème des sinus.

Dans tout triangle, les longueurs des côtés sont proportionnelles aux sinus des angles opposés.

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$



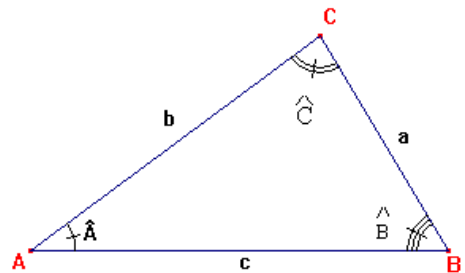
8- le théorème de Carnot

Dans tout triangle :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos \hat{B}$$

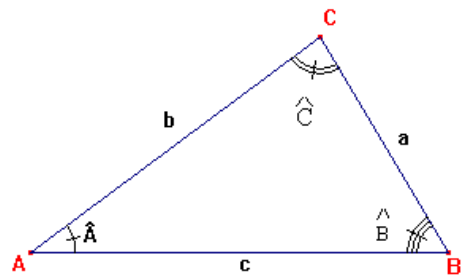
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos \hat{C}$$



9- Aire d'un triangle.

L'aire d'un triangle ABC est égale à :

$$S = \frac{1}{2} .b.c.\sin \hat{A} = \frac{1}{2} .a.c.\sin \hat{B} = \frac{1}{2} .a.b.\sin \hat{C}$$



IV- Je m'entraîne.

1- Conversion degré radian.

- Rappeler la relation liant un angle x en degré et un angle α en radian :

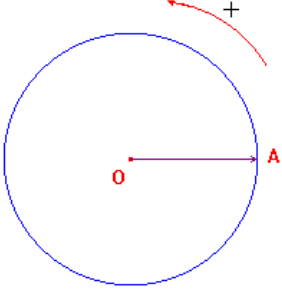
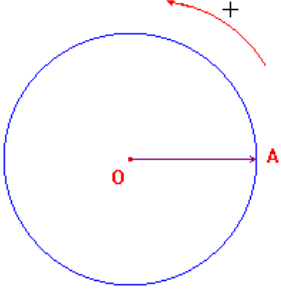
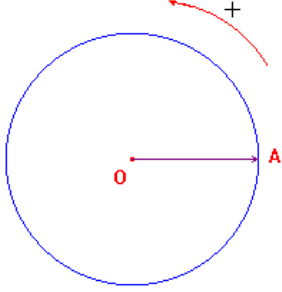
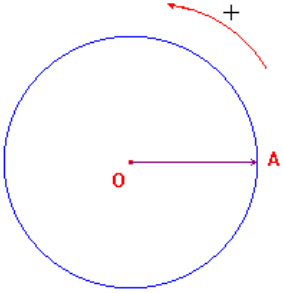
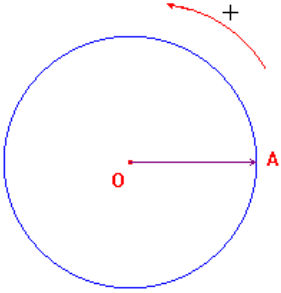
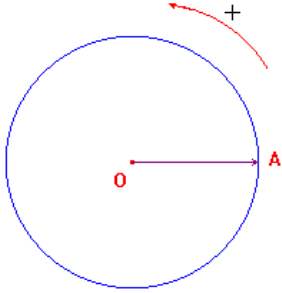
.....

Vous pouvez vous aidez du tableau de proportionnalité suivant

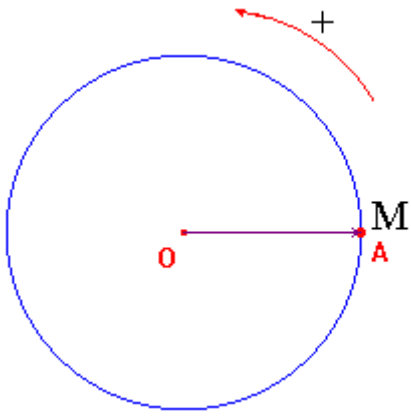
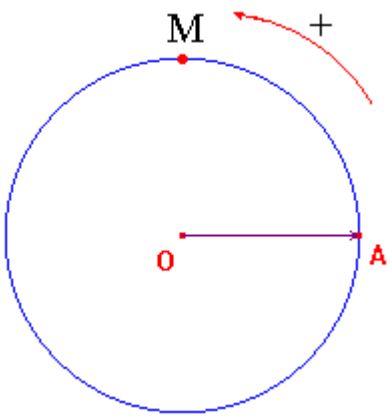
Angle ($^{\circ}$)	x	180°
Angle (rad)	α	π

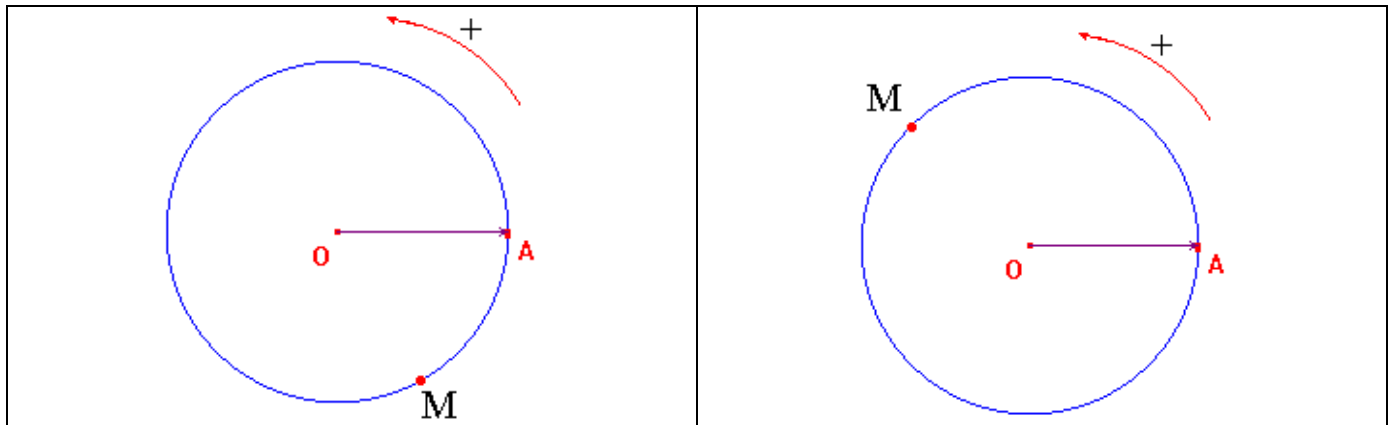
Mesure de l'angle en degrés	45°	180°	270°
Mesure de l'angle en radians	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	2π

2- Placer sur le cercle trigonométrique le point M tel que $(\vec{OA}; \vec{OM}) = x$.

		
$x = \frac{\pi}{2}$	$x = -\frac{3\pi}{4}$	$x = \frac{7\pi}{3}$
		
$x = -\frac{5\pi}{6}$	$x = 5\pi$	$x = \frac{37\pi}{4}$

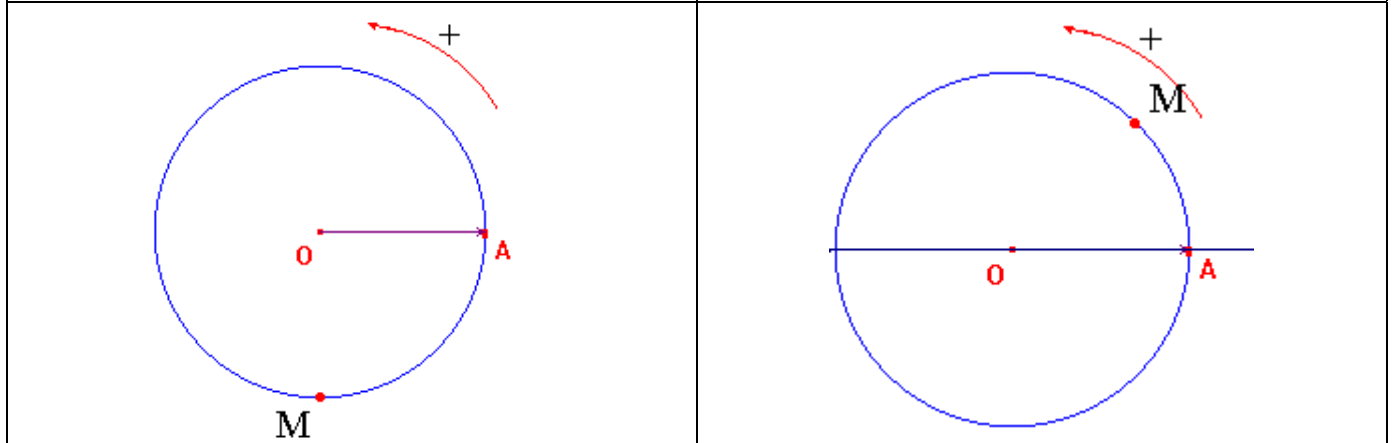
2- Sur le cercle trigonométrique on a placé le point M tel que $(\vec{OA}; \vec{OM}) = x$. **Entourer** les valeurs de x qui correspondent au point M et **préciser** la mesure principale de $(\vec{OA}; \vec{OM})$.

							
$x = 0$	$x = -\pi$	$x = \frac{5\pi}{2}$	$x = -4\pi$	$x = -3\pi$	$x = -\frac{3\pi}{2}$	$x = \frac{3\pi}{4}$	$x = \frac{\pi}{2}$
$x = \dots\dots\dots$				$x = \dots\dots\dots$			



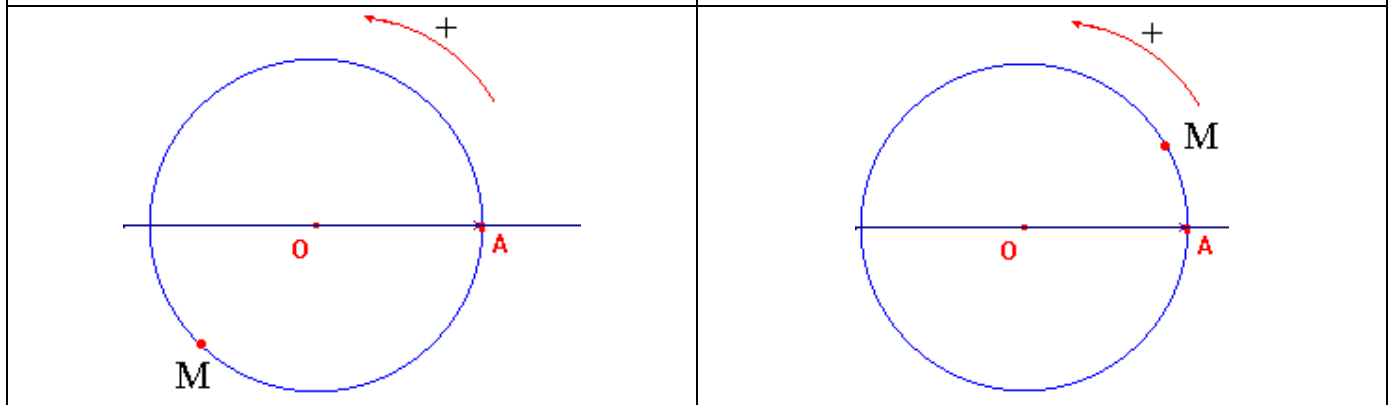
$x = \frac{\pi}{3}$	$x = 6\pi$	$x = -\frac{\pi}{3}$	$x = \frac{5\pi}{3}$	$x = \frac{4}{3}\pi$	$x = -\frac{\pi}{8}$	$x = \frac{3\pi}{4}$	$x = -\frac{5\pi}{4}$
---------------------	------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	-----------------------

$x = \dots\dots\dots$	$x = \dots\dots\dots$
-----------------------	-----------------------



$x = -\pi$	$x = -\frac{13\pi}{2}$	$x = \frac{5\pi}{2}$	$x = -\frac{\pi}{2}$	$x = \frac{\pi}{4}$	$x = \frac{12\pi}{8}$	$x = -\frac{7\pi}{4}$	$x = -\frac{11\pi}{4}$
------------	------------------------	----------------------	----------------------	---------------------	-----------------------	-----------------------	------------------------

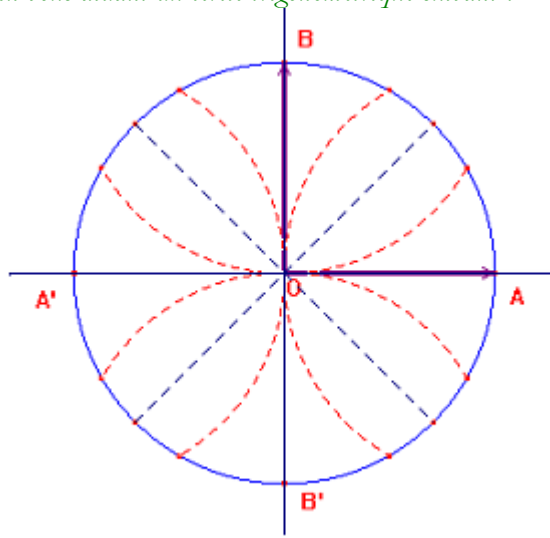
$x = \dots\dots\dots$	$x = \dots\dots\dots$
-----------------------	-----------------------



$x = -\frac{3\pi}{4}$	$x = \frac{5\pi}{4}$	$x = -\frac{5\pi}{3}$	$x = -\frac{4}{3}\pi$	$x = -\frac{11\pi}{6}$	$x = \frac{12\pi}{6}$	$x = \frac{7\pi}{6}$	$x = \frac{\pi}{6}$
-----------------------	----------------------	-----------------------	-----------------------	------------------------	-----------------------	----------------------	---------------------

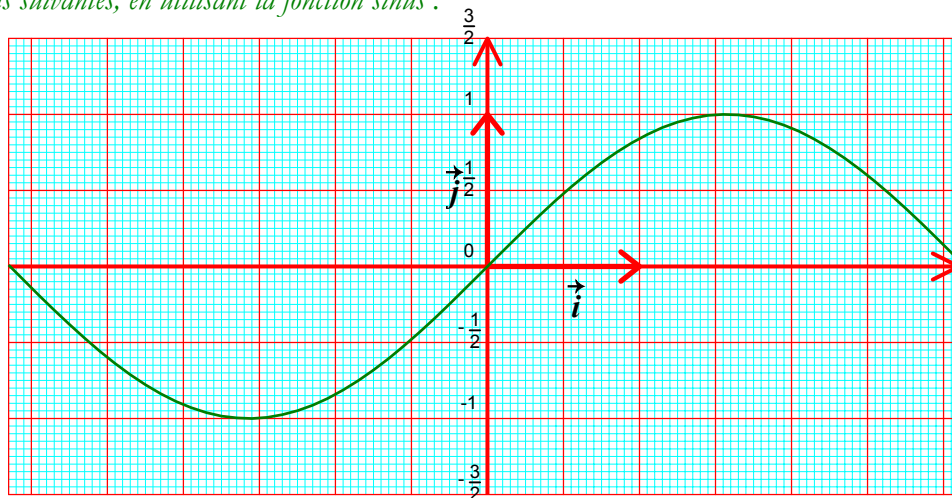
$x = \dots\dots\dots$	$x = \dots\dots\dots$
-----------------------	-----------------------

3- Résoudre les équations suivantes, en vous aidant du cercle trigonométrique suivant :



$\cos x = 1,5$	$\sin x = 2,5$
$\cos x = 3$	$\sin x = -5$
$\cos x = -2$	$\sin x = 0,6$
$\cos x = 0,5$	$\sin x = -0,6$
$\cos x = -0.5$	$\sin x = 0$

4- Résoudre les équations suivantes, en utilisant la fonction sinus :



a) Résoudre graphiquement dans l'intervalle $] -\pi ; \pi]$, l'équation trigonométrique : $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

.....
.....

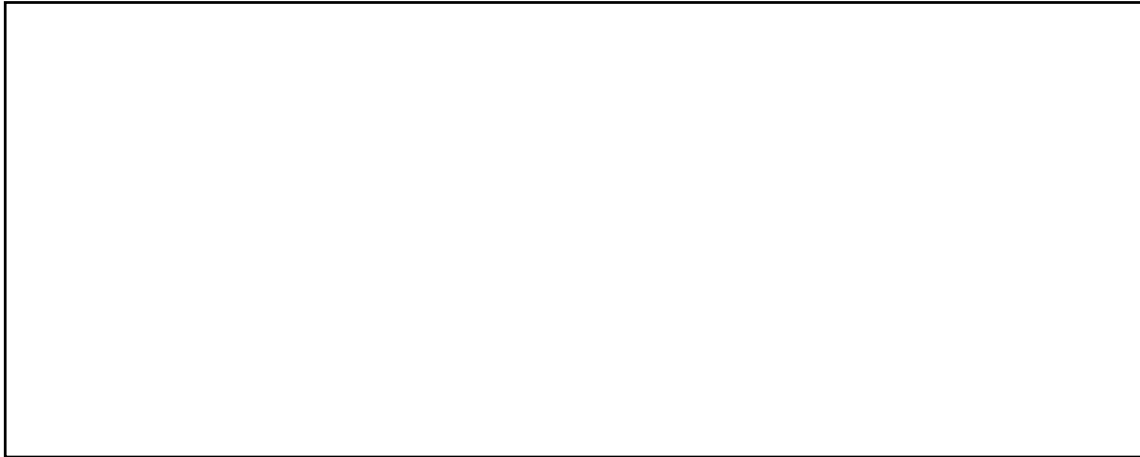
b) **Résoudre** graphiquement dans l'intervalle $] - \pi ; \pi]$, l'inéquation suivante : $\sin \alpha \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$

.....

5- Soit le triangle MNP tel que :

$$MN = 5 \text{ cm} \quad ; \quad PM = 6 \text{ cm} \quad ; \quad \widehat{MNP} = 60^\circ$$

a) Construire le triangle MNP



b) Calculer les mesures arrondies au degré des angles \widehat{MNP} et \widehat{NMP} .

Angle \widehat{MNP}	Angle \widehat{NMP}
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

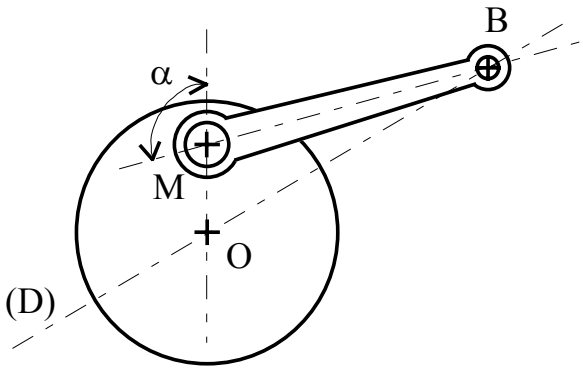
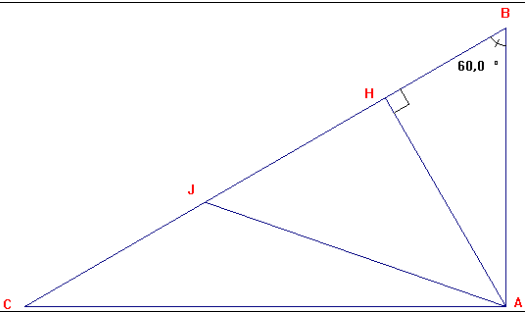
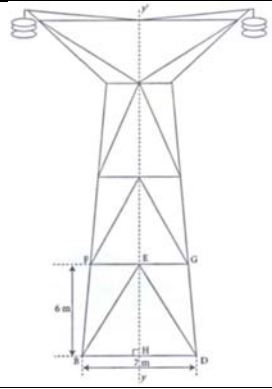
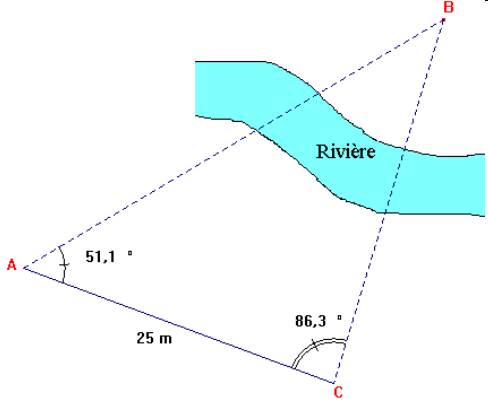
c) Calculer la mesure arrondie à 0,1 cm de NP.

.....

V-Je fais le bilan.

- | | | | | |
|---|-----|--------------------------|-----|--------------------------|
| 1- Est-ce que j'ai relu la fiche « référence » ? | OUI | <input type="checkbox"/> | NON | <input type="checkbox"/> |
| 2- Est-ce que j'ai refait les exercices du cours ? | OUI | <input type="checkbox"/> | NON | <input type="checkbox"/> |
| 3- Est-ce que j'ai fait des exercices supplémentaires ? (livre, feuille entraînement,...) | OUI | <input type="checkbox"/> | NON | <input type="checkbox"/> |
| 4- Est-ce que j'ai rempli correctement le tableau du IV ? | OUI | <input type="checkbox"/> | NON | <input type="checkbox"/> |
| 5- Est-ce que je sais utiliser correctement ma calculatrice ? | OUI | <input type="checkbox"/> | NON | <input type="checkbox"/> |

VI-Je me prépare à l'examen.

	<p align="center">Système Bielle-manivelle</p> <p>Le fonctionnement du mécanisme représenté figure 4 est le suivant: Le point M tourne autour de l'axe O, et le point B se déplace le long de la droite (D). La longueur de la manivelle est $OM = 8\text{ cm}$, la longueur de la bielle est $MB = 26,7\text{ cm}$, $\alpha = 105^\circ$.</p> <p>Calculer OB.</p>	
<p>BEP/CAP Groupe S – NANCY6metz 1989 -</p>	<p>On donne $BC = 150\text{ mm}$.</p> <ol style="list-style-type: none"> Calculer la mesure du côté AB. Calculer la mesure du côté AC. Calculer la mesure de BH et de AH. Soit J le milieu du segment [CH], calculer la mesure de AJ. Calculer la mesure de l'angle \widehat{CJA} au degré le plus proche. 	
<p>BEP/CAP Secteur 3 – Groupe académique 4 - 2001-</p>	<p>Sur le schéma ci-contre est représenté un pylône dont l'axe yy' est un axe de symétrie. Les résultats seront données à 0,01 m près.</p> <ol style="list-style-type: none"> Calculer la longueur BE. Déterminer la mesure de l'angle \widehat{EBH} en degré au degré près. En déduire la mesure de l'angle \widehat{FEB}, en degré, les droites (FG) et (BD) étant parallèles. Connaissant les mesures de $BE = 7\text{ m}$, $FG = 6\text{ m}$ et $\widehat{FEB} = 60^\circ$, calculer la longueur du segment [BF]. 	
	<p>Un géomètre veut vérifier la distance entre deux bornes A et B, séparée par une rivière. Il place un appareil en A et C distants de 25 m pour mesurer deux angles : $\widehat{A} \approx 51,1^\circ$ et $\widehat{C} \approx 86,4^\circ$</p> <ol style="list-style-type: none"> Calculer la distance AB. Construire le triangle ABC (échelle 1 pour 1 000). Vérifier l'ordre de grandeur de AB sur le dessin. 	
	<p>Un solide S, de masse 48 kg, est suspendu par l'intermédiaire de deux câbles [AB] et [AC]. S est en équilibre.</p> <ol style="list-style-type: none"> Faire le bilan des forces agissant sur le solide S. Calculer le poids du solide ($g = 10\text{ N.kg}^{-1}$). Construire le dynamique des forces appliquées à S (échelle 1cm pour 80 N) Calculer les intensités des forces exercées par chacun des câbles sur S. 	