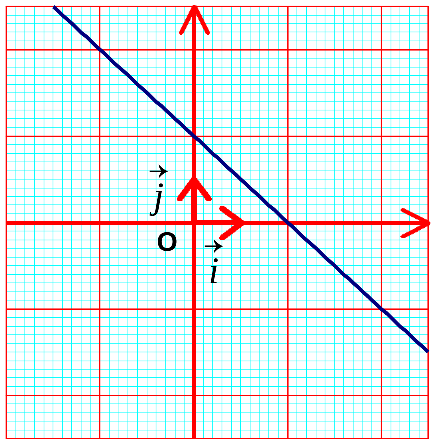
EQUATIONS RÉDUITES DE DROITES

Objectifs:

-détermination d'une équation de droite passant par deux points.
-détermination d'une équation de droite passant par un point et parallèle à une autre droite.
-détermination d'une équation de droite passant par un point et perpendiculaire à une autre droite.

I- Quelle relation associer à une droite ?



1-Cas général.

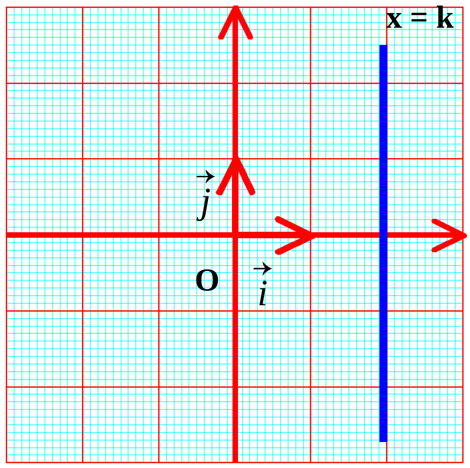
Une droite (D) (non parallèle à l'axe des ordonnées) est un ensemble de points M dont les coordonnées x et y vérifient une relation:

$$\boxed{y = a.x + b}$$

On dit qu'une telle **droite (D)** a pour **équation:**

$$\mathbf{y = a.x + b}$$

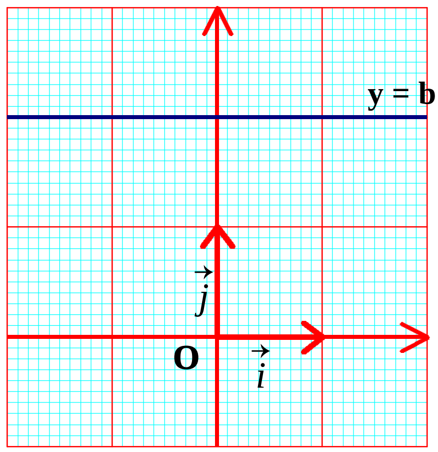
2-Cas particuliers



- Une droite (D) **parallèle** à l'axe des **ordonnées** est un ensemble de points M dont l'abscisse est constante.

On dit qu'une telle **droite (D)** a pour **équation:**

$$\boxed{\mathbf{x = k}}$$



- Une droite *D* **parallèle** à l'axe des **abscisses** est un ensemble de points *M* dont l'ordonnée est constante.

On dit qu'une telle **droite (D)** a pour **équation:**

$$\boxed{\mathbf{y = b}}$$

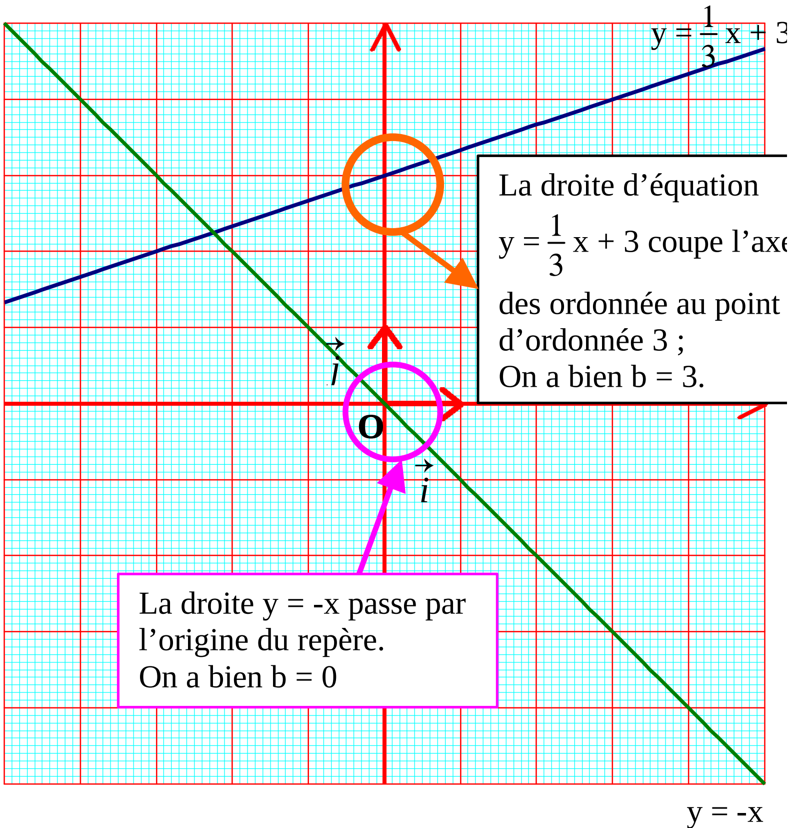
Remarque :

l'équation résulte du cas général où x = 0 ;y = ax + b soit y = a ´ 0 + b = b

II- Ordonnée à l'origine et coefficient directeur.

Soit une droite quelconque d'équation y = a.x + b.

1-L'ordonnée à l'origine.



b est l'ordonnée à l'origine.

Démonstration :

A l'origine, x = 0 d'où y = b.

Cas particulier : **b = 0**

L'équation de la droite est alors :

$$y = a.x$$

Elle passe par l'origine du repère.

2-Le coefficient directeur.

a est le coefficient directeur de la droite.

Son calcul :

> Le coefficient directeur d'une droite passant par deux points $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ (tels que $x_B \neq x_A$) vérifie :
>
> $$\boxed{a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$$

plus généralement : $\boxed{a = \frac{\Delta y}{\Delta x}}$ a traduit la proportionnalité entre l'accroissement des ordonnées sur l'accroissement des abscisses.

Démonstration :

Soient A (x_A; y_A) et B (x_B; y_B) deux points distincts de la droite d'équation $y = a.x + b$.

Les coordonnées de ces points vérifient donc les relations : $\boldsymbol{y_A = a.x_A + b}$ et $\boldsymbol{y_B = a.x_B + b}$.

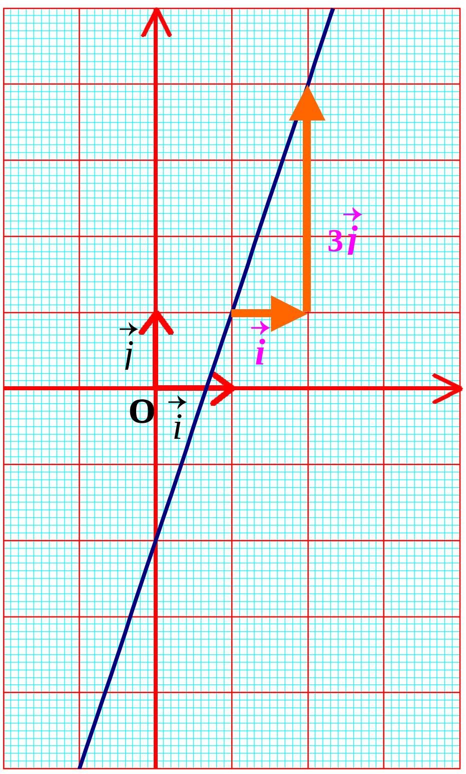
☺**Un point appartient à une droite si ses coordonnées vérifient l'équation de la droite !**

D'où par différence, $y_B - y_A = (a.x_B + p) - (a.x_A + p) = a.(x_B - x_A)$

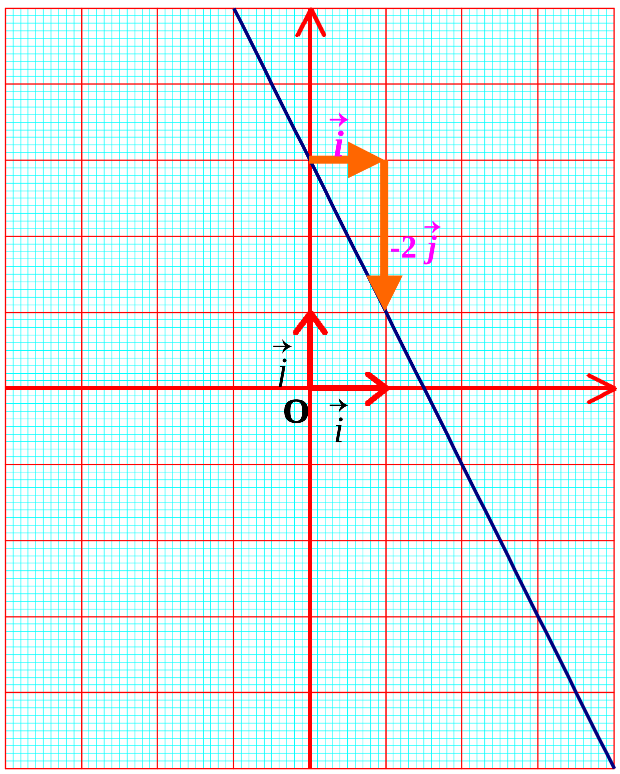
Et par suite $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ (on peut diviser par $x_B - x_A$ car $x_A \neq x_B$)

La lecture graphique du coefficient directeur

***a* = 3**



***a* = – 2**



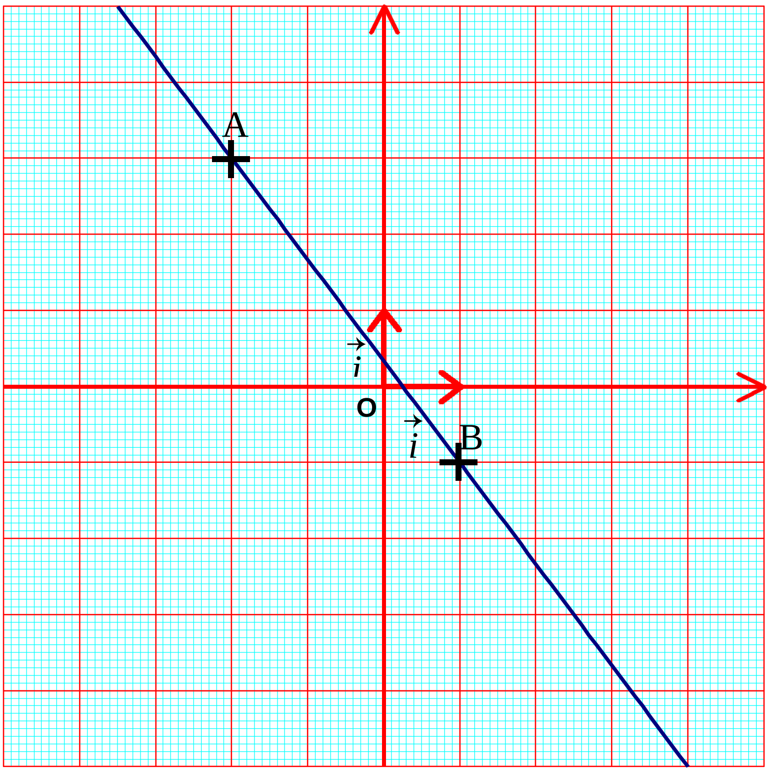
III- Trouver l'équation d'une droite passant par deux points.

1- point méthode.

*Pour trouver **par le calcul** l'équation d'une droite passant par deux points d'abscisses différentes, on peut calculer le coefficient directeur en utilisant la formule ci-dessus puis calculer l'ordonnée à l'origine en résolvant **une équation** du premier degré à **une inconnue p**.*

2-Etude d'un exemple.

On considère la droite (D) passant par le point A(-2 ; 3) et B(1 ; -1).**Déterminer** l'équation de (D).



L'équation générale de (D) est :

$$\boxed{\mathbf{y = a.x + b}}$$

- $A\,(-2; 3) \in D$ et $B\,(1; -1) \in D$,

donc $a = \dfrac{(-1) - 3}{1 - (-2)} = -\dfrac{4}{3}$

D'où l'expression de l'équation de (D) :

$$y = -\frac{4}{3}x + b$$

- $A\,(-2; 3) \in D$,

donc les coordonnées du point A vérifient l'équation de (D)

$$y_A = -\frac{4}{3} \cdot x_A + b$$

$$3 = \left(-\frac{4}{3}\right) \times (-2) + b$$

$$b = 3 - \frac{8}{3} = \frac{1}{3}$$

L'équation de (D) est donc :

$$\boxed{y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{3}}$$

2-Analyser la démarche.

1- Qu'est ce que je cherche ?	L'équation d'une droite
2-Quelle est l'expression générale d'une équation de droite ?	y = a.x + b
3-Quels sont les paramètres inconnus ?	a et b
4-Quelle relation dois-je connaître pour trouver a ?	$a = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$
5-Comment je fais pour trouver b ?	Je résous une équation du 1er degré en b.

3-Apprendre à valider son résultat.

a- Le graphique.

Je vérifie la valeur de a sur le graphe en utilisant la méthode du II-2.
Je vérifie la valeur de b sur le graphe en utilisant la méthode du II-1.

b- La calculatrice graphique.

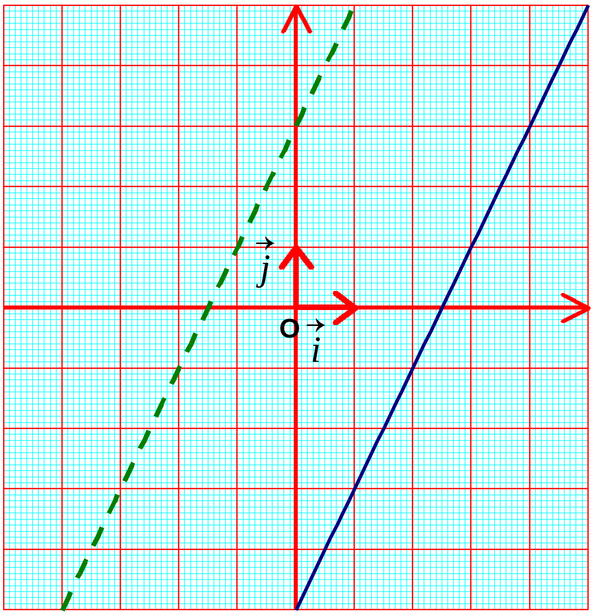
Pour la casio, je lance le programme EQ-DROITE
Pour la TI, je lance le programme…………………

IV- Droites parallèles et droites perpendiculaires.

1- Droites parallèles.

On considère des droites (D) et (D') qui ne sont pas parallèles à l'axe des ordonnées, d'équations respectives y = a.x + b et y = a'.x + b'

(D) // (D')	si et seulement si	a = a'

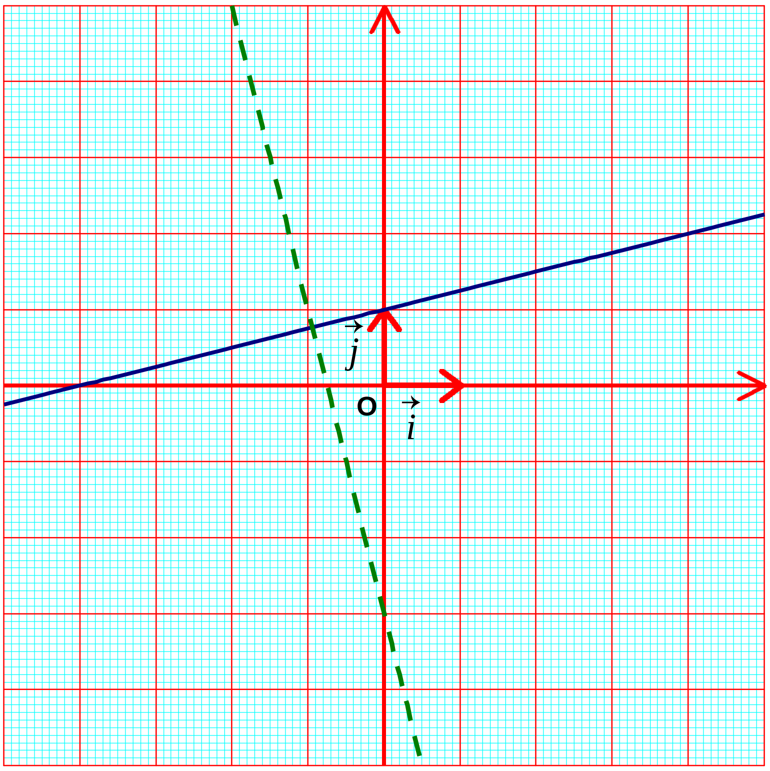


y = **2**x + 3 y = **2**x - 5

2- Droites perpendiculaires.

On considère des droites (D) et (D') qui ne sont pas parallèles à l'axe des ordonnées, d'équations respectives y = a.x + b et y = a'.x + b'

(D) ⊥ (D')	si et seulement si	$a \times a' = -1$



$y = -\frac{1}{4}x - 3$