FONCTION AFFINE

(Chapitre 10 page 85)

Objectifs :

-Consolider les notions générales relatives aux fonctions affines acquises en classe de 3ième.
-Représenter graphiquement une fonction affine.
-Reconnaître une équation de droite. Tracer une droite dans un repère orthonormé.
-Appliquer cette notion de fonction à des situations de la vie courante.

I-Mise en situation.

1-Un problème d'arrosage *(situation 1 page 85)*

2-Situation 2 page 133 *(cahier élève)*

II-Ce qu'il faut savoir sur la fonction affine

1-Définition.

Recopier la définition page 86 :

a et b sont deux réels donnés.
La fonction définie sur $\mathbb{R}$ par f(x) = a.x + b est appelée fonction affine.

2- Calculs d'image.

a) Vocabulaire.

- L'expression f(x) se lit « f de x »
- Calculer f(x) c'est chercher l'image du nombre x par la fonction f.

b) Exemple

- f est la fonction affine définie par f(x) = 2x –1.

Ses coefficients sont : a = 2 ; b = -1

c) Applications 1 et 2 page 86.

1- Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$. Déterminer f(-1) ; f(0) ; f(2) ; $f(\frac{2}{3})$.

$f(-1) = \frac{1}{2} \times (-1) + 3 = -\frac{1}{2} + 3 = -\frac{1}{2} + \frac{6}{2} = \frac{5}{2}$

$f(0) = \frac{1}{2} \times (0) + 3 = 0 + 3 = 3$

$f(2) = \frac{1}{2} \times (2) + 3 = 1 + 3 = 4$

$f(\frac{2}{3}) = \frac{1}{2} \times (\frac{2}{3}) + 3 = \frac{1}{3} + 3 = \frac{1}{3} + \frac{9}{3} = \frac{10}{3}$

2- Sachant que f(x) = 3x – 1. Compléter le tableau suivant :

x	$-\frac{2}{3}$	0,5	0	1	1,4
f(x)	– 3	0,5	-1	2	3,2

Les calculs :

- $f(-\frac{2}{3}) = 3 \times (-\frac{2}{3}) - 1 = -2 - 1 = -3$
- f(0,5) = 3 × (0,5) – 1 = 1,5 – 1 = 0,5
- f(x) = - 1 soit 3x – 1 = - 1 d'où x = 0 f(0) = -1
- f(x) = 2 soit 3x – 1 = 2 d'où x = 1 f(1) = 2
- f(x) = 3,2 soit 3x – 1 = 3,2 d'où x = 1,4 f(1,4) = 3,2

d) conclusion.

Pour calculer l'image du nombre x par la fonction f , il suffit de remplacer x dans l'expression de f

3-Représentation graphique.

a) Définition *(page 86)*

La représentation graphique d'une fonction affine f : x $\longmapsto$ f(x) = a.x + b est une <u>droite</u>.
Une équation de cette droite est y = a.x + b.

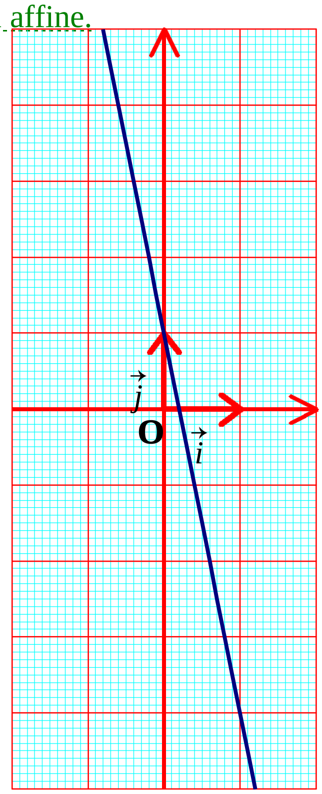
- **Le réel a est le coefficient directeur de cette droite.**
- **Le réel b est l'ordonnée à l'origine.**

b)Tracer la représentation graphique d'une fonction affine.

<u>Méthode :</u>

- *Choisir deux valeurs de x : x_1 et x_2*
- *Calculer les images de x_1 et x_2 par f.*
- *Placer les points A_1 (x_1 ; $f(x_1)$) et A_2 (x_2 ; $f(x_2)$) dans le plan muni d'un repère.*
- *Tracer la droite (A_1A_2) : C'est la représentation graphique de la fonction f*

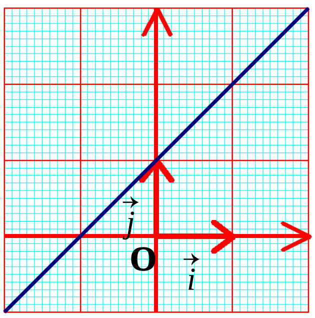
<u>Exemple :</u> Considérons la fonction f définie par f(x) = -5x + 1.
Tracer (D) représentation graphique de la fonction f.



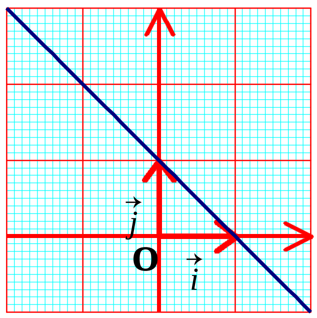
	A_1	A_2
x	0	1
y	1	-4

c) Application 3 page 87

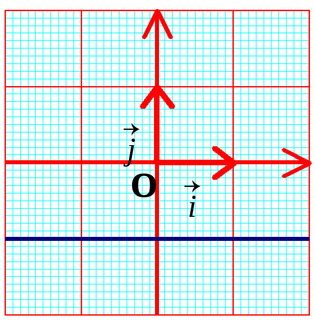
Représenter graphiquement les fonctions définies sur l'intervalle [-2 ; 2] par :



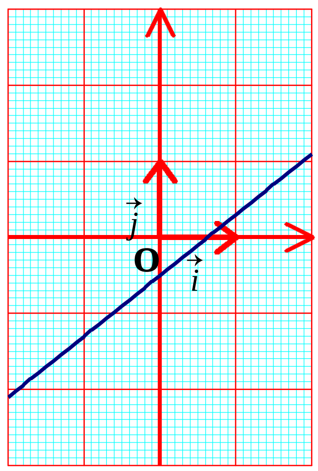
a) f(x) = x + 1



b) f(x) = 1 - x



d) f(x) = -1



c) $f(x) = \frac{4}{5}x - \frac{1}{2}$

III-Sens de variation d'une fonction affine.

1-Première approche.

(TP info)

2-Analyse

Considérons les deux fonctions étudiées lors du précédents TP :

$f(x) = 2x - 1$ et $g(x) = -5x + 9$

Représenter ces deux fonctions dans le repère suivant .

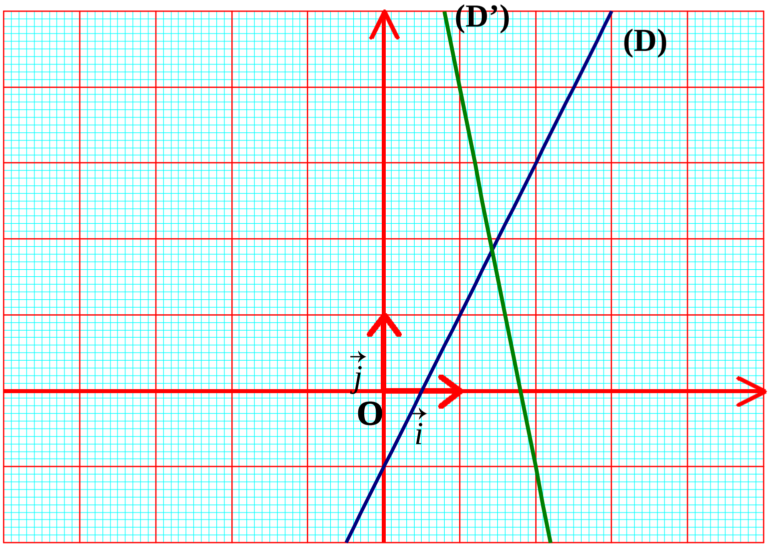
Remarque :*On nommera (D) la représentation graphique de f et (D') celle de g.*

$f(x) = 2x - 1$

x	**0**	**2**
f(x)	**-1**	**3**

$g(x) = -5x + 9$

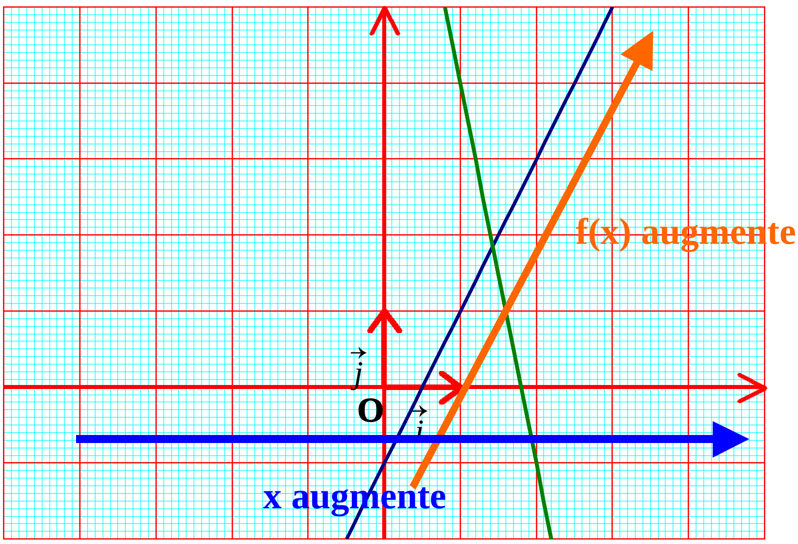
x	**0**	**2**
g(x)	**9**	**-1**



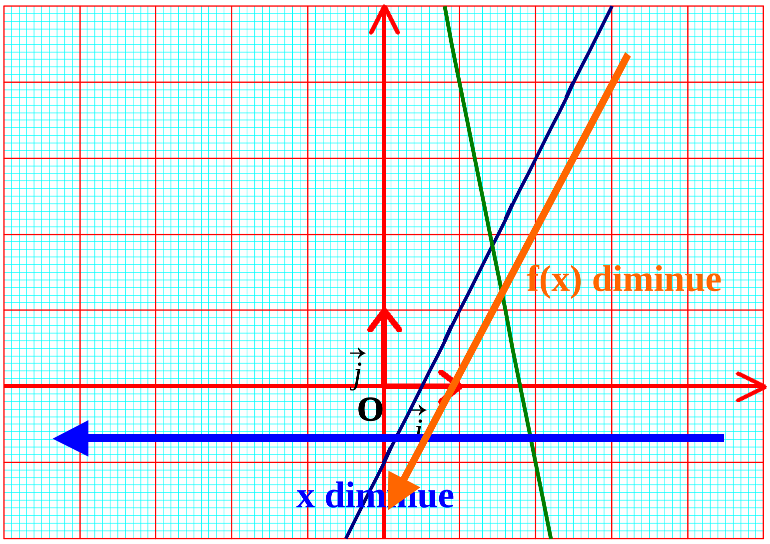
1-Considérons un point M (x ; f(x)). Ce point est sur la représentation graphique de la fonction **f** car :

$$y_M = f(x)$$

Supposons que le point M se déplace sur la droite (D) de telle sorte que son abscisse augmente. Comment varie f(x) quand x augmente ? **f(x) augmente quand x augmente.**



Supposons que maintenant le point M se déplace de telle sorte que son abscisse diminue. Comment varie f(x) quand x diminue ? **f(x) diminue quand x diminue.**

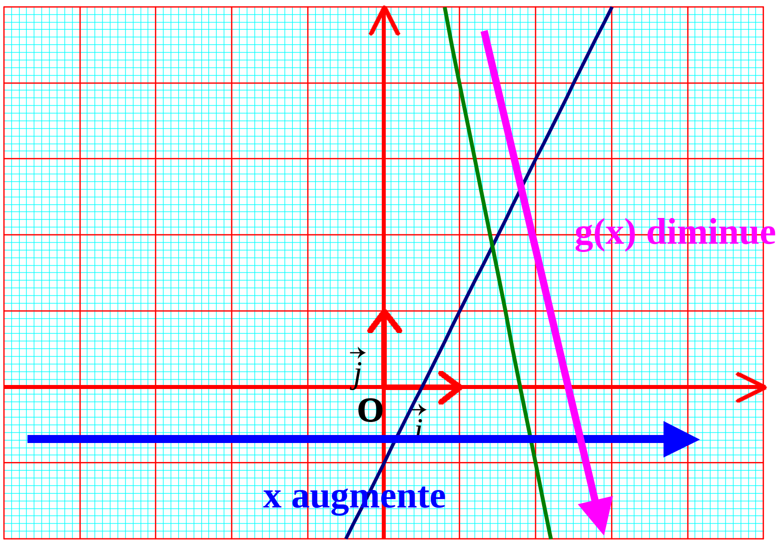


<u>Conclusion</u> : On dit que la fonction f est une fonction **croissante** sur $\mathbb{R}$

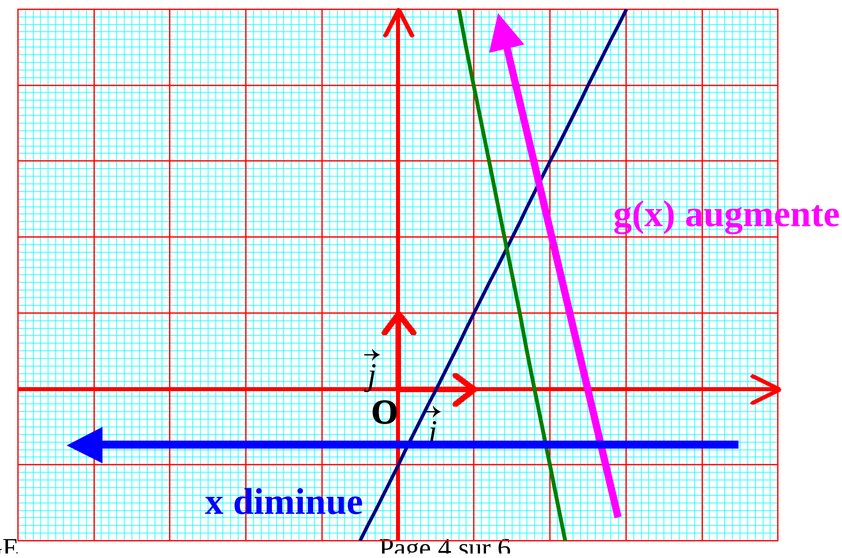
2-Considérons un point M’ (x ; g(x)). Ce point est sur la représentation graphique de la fonction **g** car

$$y_{M'} = g(x)$$

Supposons que le point M’ se déplace sur la droite (D’) de telle sorte que son abscisse augmente. Comment varie g(x) quand x augmente ? **g(x) diminue quand x augmente.**



Supposons que maintenant le point M’ se déplace de telle sorte que son abscisse diminue. Comment varie g(x) quand x diminue ? **f(x) augmente quand x diminue.**



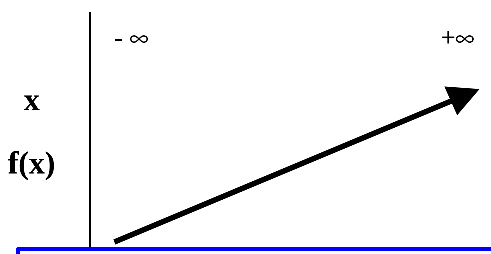
Conclusion : On dit que la fonction g est une fonction **décroissante** sur ℝ

2- Généralisation.

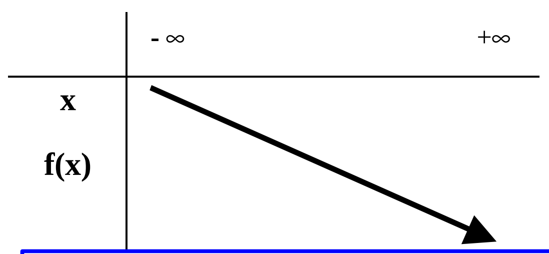
> Soit f une fonction affine définie par f(x) = a.x + b :
> - f est une fonction **croissante** sur ℝ si a > 0
> - f est une fonction **décroissante** sur ℝ si a < 0.

Les situations se résument dans un tableau :

a > 0	a < 0



La fonction f est croissante sur ℝ



La fonction f est décroissante sur ℝ

IV- Proportionnalité des accroissements.

Définition.

> **F est une fonction affine si et seulement si, l'accroissement Δy de l'image ($y_1 - y_2$ ou $f(x_1) - f(x_2)$) est proportionnel à l'accroissement Δx de la variable ($x_1 - x_2$)**

V- Coefficient directeur d'une droite.

1-Définition.

Le coefficient directeur d'une droite d'équation y = a.x + b se détermine à partir de deux points de cette droite :

A (x_1 ; $y_1 = f(x_1)$) et B (x_2 ; $y_2 = f(x_2)$)

$$\boxed{a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}}$$

2-Exercices.(*6 page 91)*

Donner l'expression de la fonction affine dont la représentation graphique passe par les points :

a) A (2 ; -1) et B(5 ; 2)

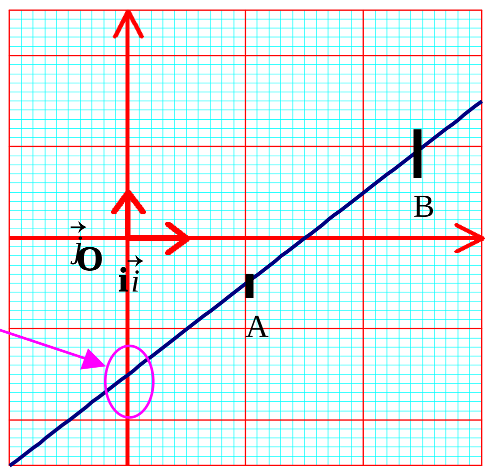
L'ex pression générale de la droite (AB) est : y = a.x + b

$$a = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{-1 - 2}{2 - 5} = 1$$

D'où l'équation de (AB) devient : y = x + b

A ∈ (AB) d'où $y_A = x_A + b$ soit –1 = 2 + b d'où b = – 3

L'équation de la droite (AB) est donc : y = x – 3



La fonction affine f dont la représentation graphique est la droite (AB) est f(x) = x – 3

b) A(-1 ; 2) et B(3 ; 5)

c) A(-2 ; -3) et B(2 ; 3)

VI-Droites parallèles et droites perpendiculaires.

1- droites parallèles.

Deux droite (D) : y = ax + b et (D') : y = a'x + b' sont parallèles si elles ont le même coefficient directeur : $\boxed{a = a'}$

2-Droites perpendiculaires.

Deux droite (D) : y = ax + b et (D') : y = a'x + b' sont perpendiculaires si le produit de leur coefficient directeur est égal à -1:

$$\boxed{a \times a' = -1}$$