$\boxed{\text{La fonction Affine.}}$

I. Rappel .tracé.

1°) THEOREME.

On rappelle qu'une fonction affine, de la forme f (x) = ax + b, a pour représentation graphique, $\boxed{\text{une droite}}$, où x désigne l'abscisse du point sur la droite et f(x) désigne l'ordonnée du même point de cette droite. Or, 2 points suffisent pour déterminer une droite.

2°) Exemple.

Soit : une fonction affine, f(x) = 2 x + 3. On désire placer dans un repère orthonormé sa représentation graphique. On procède, toujours ainsi :
On prend deux valeurs différentes de x de votre choix. On prend le plus souvent : **x = 0 et x = 1**, qui seront les abscisses des 2 points à placer. Puis, on calcule les ordonnées respectives de ces mêmes points par f.
On aura : f(0) = 2 × 0 + 3 = 3 et f(1) = 2 × 1 + 3 = 5.
Par cette méthode, on a obtenu 2 points :

$$\boxed{A\ (\ 0\ ;\ 3\ )\ \text{ et } B\ (\ 1\ ;\ 5\ )}$$

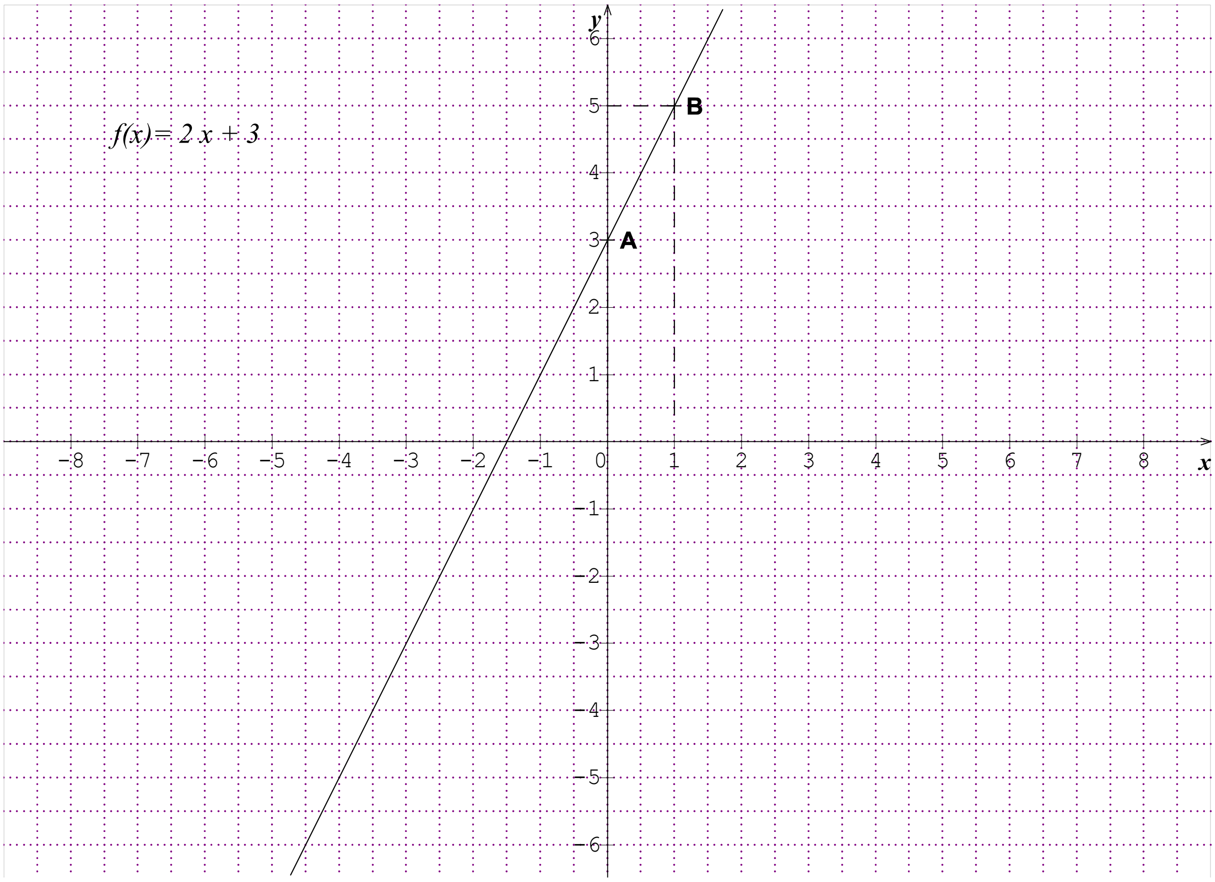
On place, alors, ces 2 points dans le repère proposé, puis on trace la **droite** passant par ces 2 points.
La droite obtenue est la représentation graphique de f.

3°) EXERCICE.

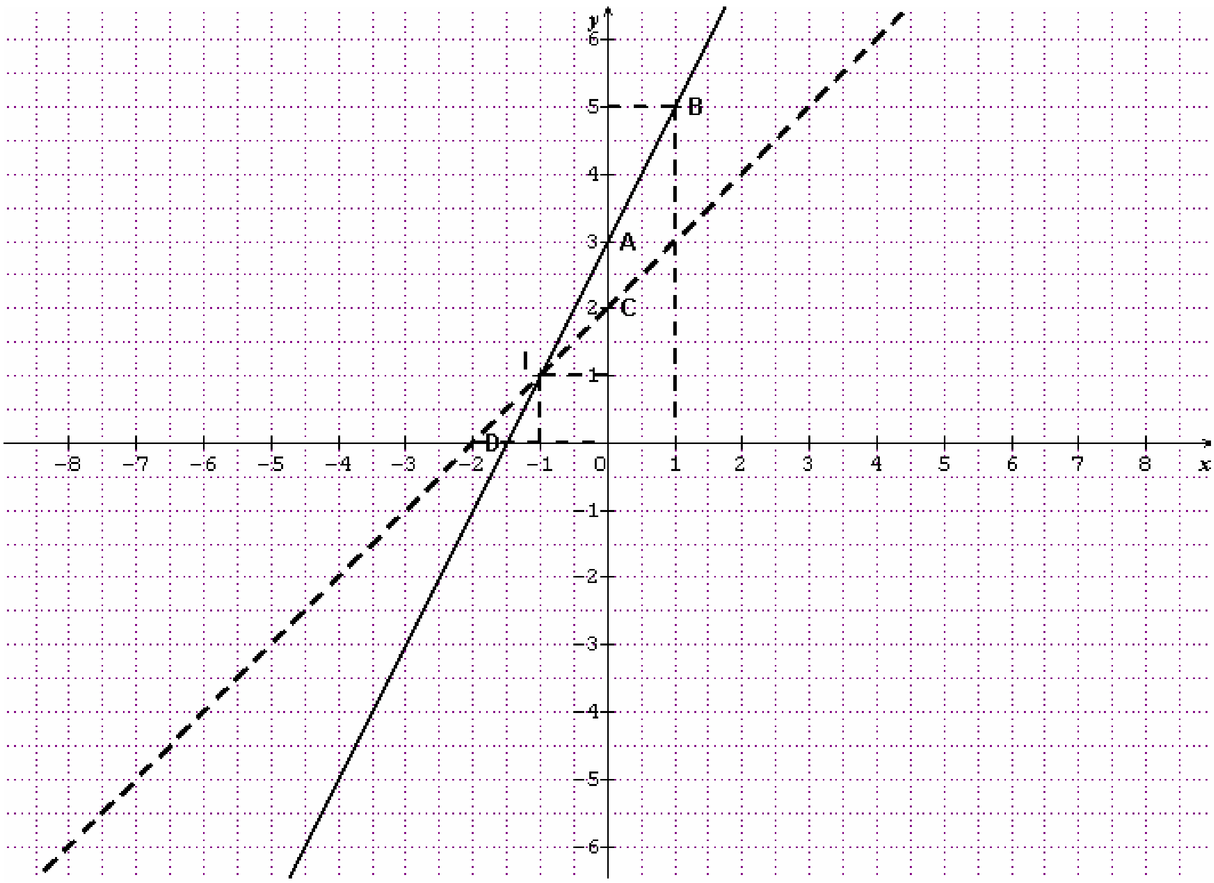
Faire de même , avec g (x) = x + 2, dans le même repère.
Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection I.
Retrouver celles-ci, en résolvant le système :

$$\begin{cases} y = 2\,x + 3 \\ y = x + 2 \end{cases}$$ Par $\boxed{\text{substitution}}$, on trouve aisément :

Les solutions sont : x = - 1 et y = 1 ; les coordonnées de I.



f(x)= 2 x + 3
y
x
A
B



y
x
A
B
C
D
I

II. APPLICATIONS.

Exercices

Exercice 1.

Placer dans le même repère, les 3 représentations graphiques des 3 fonctions suivantes :

* $f(x) = \frac{2}{3}x - 3$,

Si x = 0, f(0) =-3 ; x = 3, f(3) = -1, on obtient les deux points :
$\boxed{A (0 ; - 3) \text{ et } B (3 ; - 1)}$. Tirets rouges.

* $g(x) = -5x + 2$,

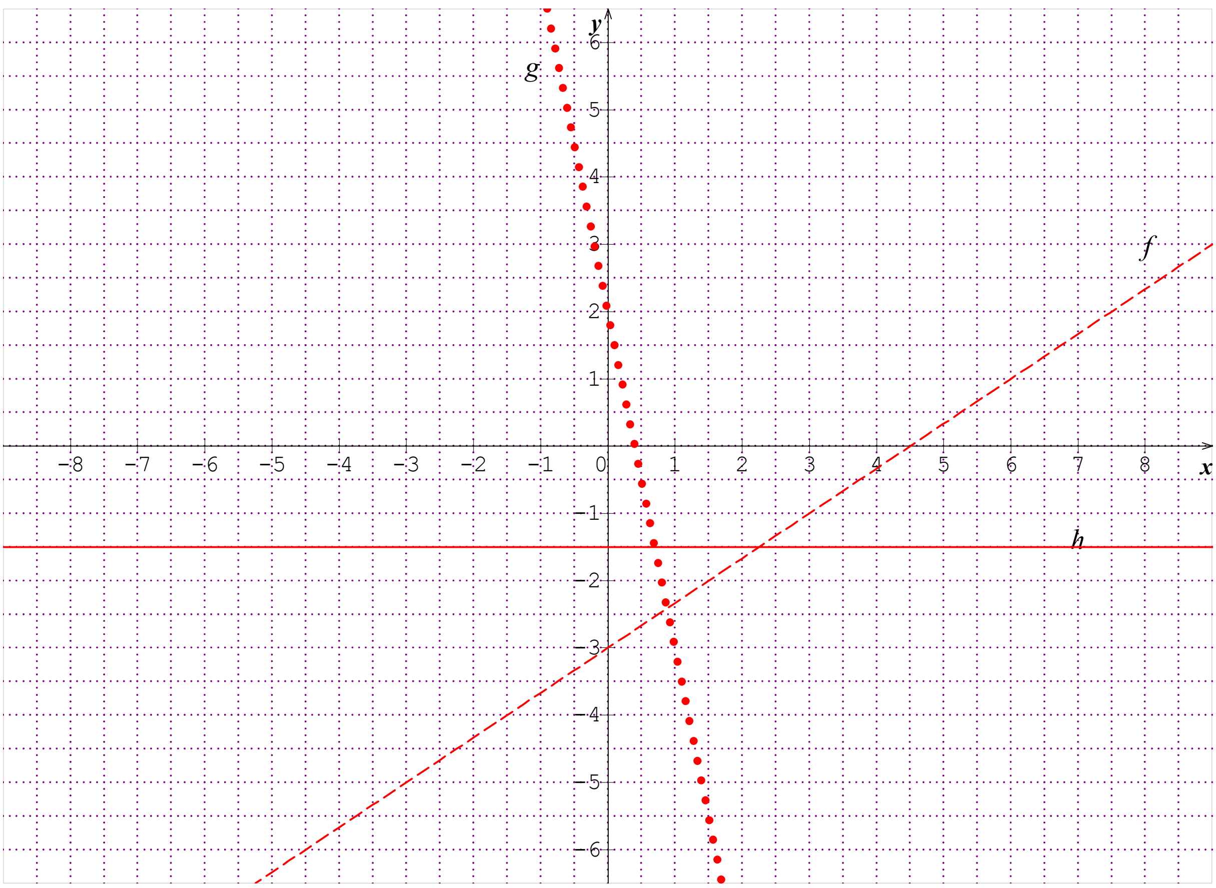
Si x = 0, g(0) = 2; x = 1, g(1) = -3, on obtient les deux points :
$\boxed{A' (0 ; 2) \text{ et } B' (1 ; -3)}$. Pointillés rouges.

* $h(x) = \frac{-3}{2}$;

On a $\boxed{A''(0 ; \frac{-3}{2}) \text{ et } B'' (1 ; \frac{-3}{2})}$, c'est une fonction « constante ».

Parallèle à l'axe des abscisses ! Trait plein rouge.

On obtient, alors le tracé suivant :



Exercice 2.

Une droite passe par les <u>deux points suivants :</u>

A (2 ; 1) et B (- 1 ; - 8)

Quelle fonction affine a pour représentation la droite (AB) ?

Cette fonction affine est de la forme : y = a x + b.

Or, sa représentation graphique passe par A, donc : 2a + b = 1

Sa représentation graphique passe par B, donc : - a + b = -8

Ainsi a et b sont solutions du système suivant :

$$\begin{cases} 2a + b = 1 \\ -a + b = -8 \end{cases}$$

dont la solution est : $\boxed{a = 3 \text{ et } b = -5}$:

Cette fonction affine est de la forme : $\boxed{y = 3x - 5}$.

Exercice 3.

Un club de gymnastique propose deux tarifs :

Tarif A : 10 €, la séance.
Tarif B : 5 €, la séance, mais il faut payer, alors, la carte d'abonnement 100 €.

1°) Compléter le tableau suivant : <u>Chaque jeune devra régler :</u>

	Chloé	Paul	Zoé
Séances	5	18	26
Tarif A	50 €	180 €	260 €
Tarif B	125 €	190 €	230 €

2°) Si tu prends x séances de gymnastique dans ce club, exprime en fonction de x, le montant des frais occasionnés, par cette activité :

<u>Au tarif A :</u> $f(x) = 10 \times x = \boxed{10\,x}$

<u>Au tarif B :</u> $g(x) = 5 \times x + 100 = \boxed{5\,x + 100}$

3°) Tracer les représentations graphiques des deux fonctions f et g, dans le même repère où :
$0 < x \leq 30$
<u>En abscisse :</u> 1 cm pour 2 séances.
<u>En ordonnées :</u> 1 cm pour 25 €.

Voir à la page suivante !

4°) Pour quel nombre de séance(s), les 2 tarifs sont du même montant ?

On aura, à résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} y = 10\,x \\ y = 5\,x + 100 \end{cases}$$

Quel est ce montant identique ?

La résolution par substitution donnera :

$$\begin{cases} y = 10\,x \\ 10\,x = 5\,x + 100 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 10\,x \\ x = 20 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 20 \\ y = 200 \end{cases}$$

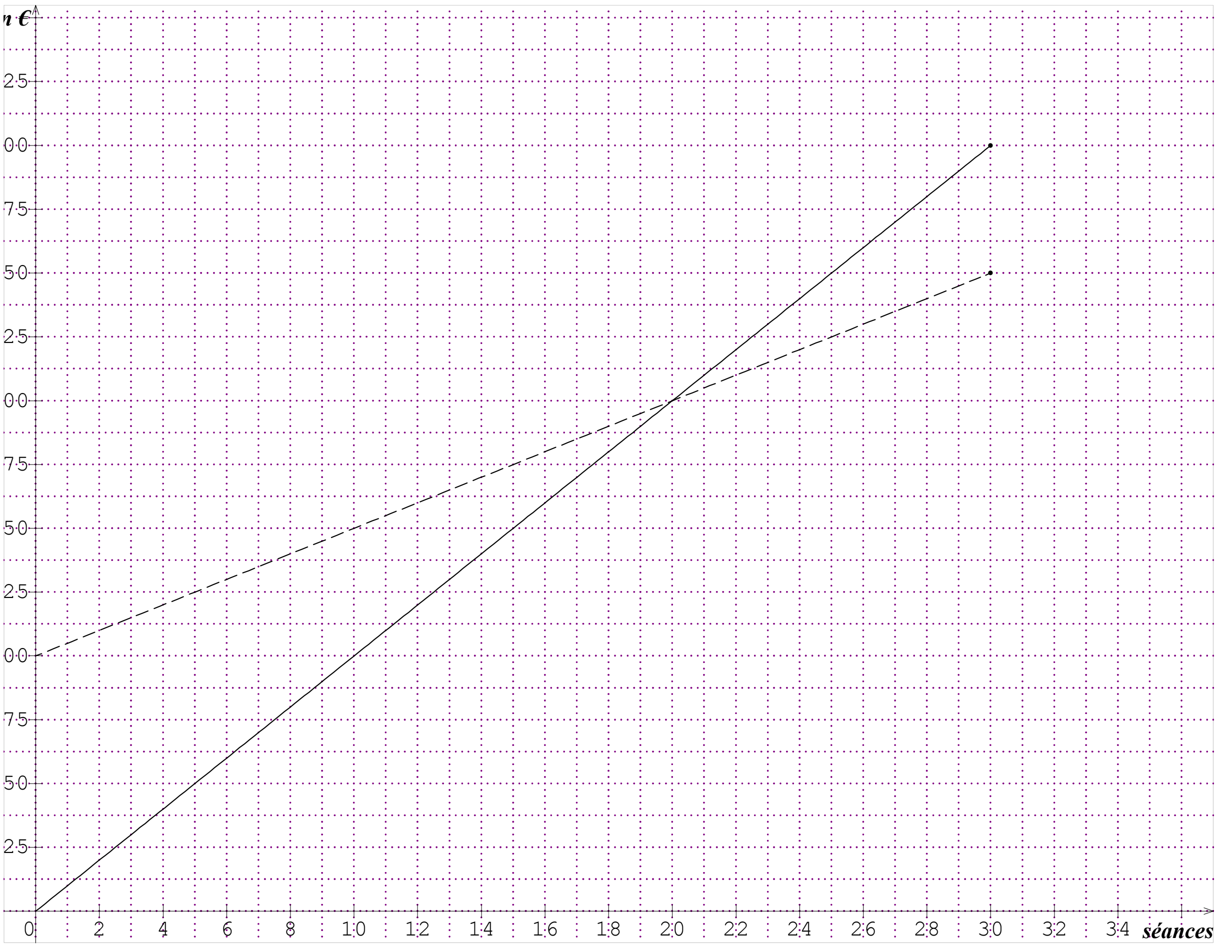
CONCLUSION :

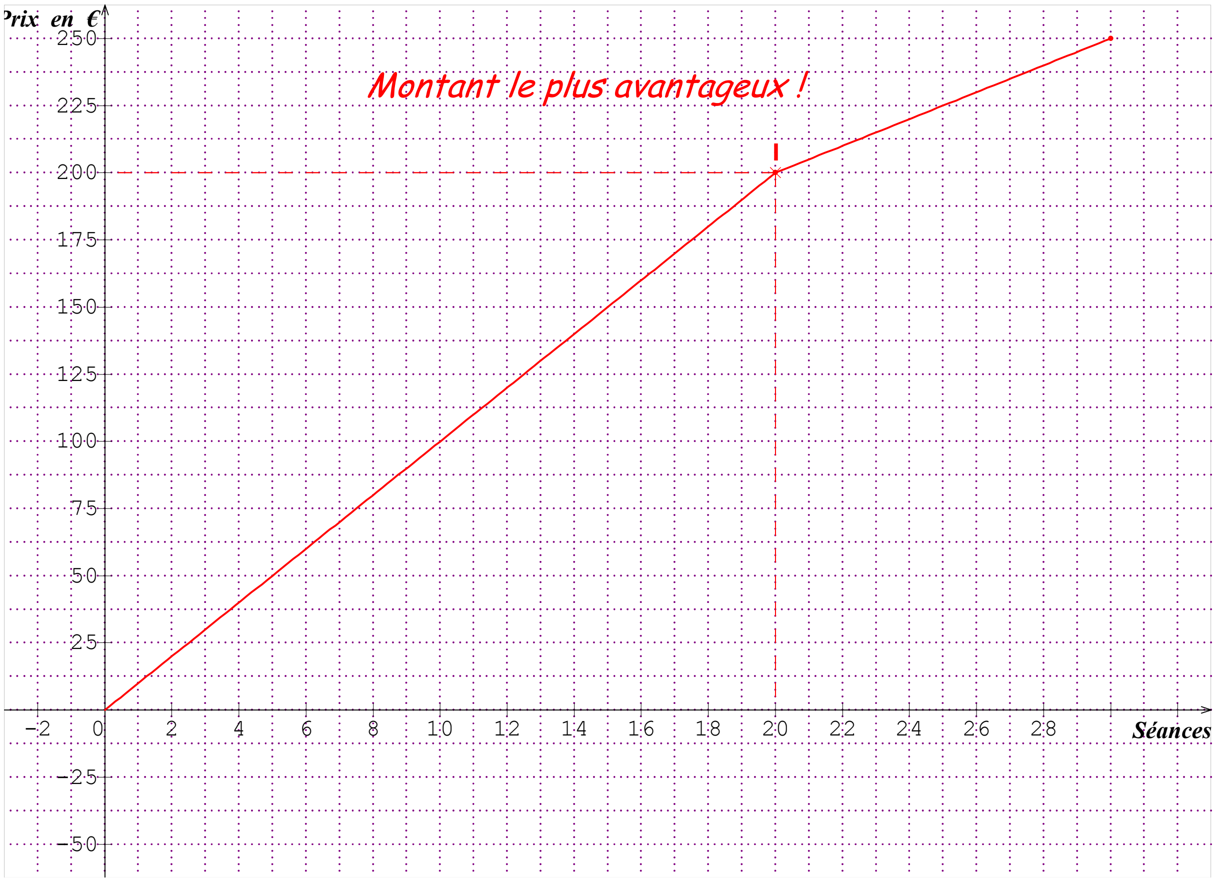
Pour 20 séances de gymnastique, les deux tarifs A et B sont du même montant : 200 €.

5°) En consultant la représentation graphique, simultanée, des deux fonctions f et g, déterminer suivant le nombre de séances prises, le tarif qui est, à chaque fois, le plus avantageux.

On voit d'après le tracé que :

- Le tarif A est inférieur au B, si $0 < x < 20$
- Même montant si $x = 20$, 200 € !
- Le tarif B est inférieur au A, si $20 < x \leq 30$.





Prix en €
Montant le plus avantageux !
Séances
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25
−25
−50
−2
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
26
28