Dossier Synthèse.
Faites votre bilan !

Généralités sur les fonctions

I-Extrait du programme officiel de BEP/CAP.

a) Exemples de modes de générations de fonctions. Exemples de description d'une situation à l'aide d'une fonction. Représentation graphique d'une fonction dans un repère orthonormal. b) Exemples simples de calculs de valeurs d'une fonction à l'aide d'une calculatrice. c) Parité, périodicité. d) Exemples de lecture de propriétés de fonctions à partir de leur représentation graphique.	* * * Maximum, minimum d'une fonction. Fonctions croissantes, fonctions décroissantes.

II-Ce que j'ai appris

Titre du chapitre	Généralités sur les fonctions		Cahier élève 1ère année : Dossier 4 page 53 Livre : Chapitre 8 page 66
Résumé	Fiche « Références »		Page 201
Cours	**I-**	**Mises en situation**	1 et 2 page 66
	II-	**Fonction numérique**	1 page 67
	III-	**Propriétés**	
		1-Fonction périodique	1 page 157
		2-Parité d'une fonction	1 et 2 page 102 ; 103
		3-Sens de variations	4 page 68 ; 69 – PB1 page 72
		4-tableau de variations	5 page 69
		5-Notions de maximum et de minimum	6 page 69
TP	**n°1**	**Différentes étapes de calculs d'une fonction (excel)**	TP1 page 70 : utiliser la calculatrice
	n°2	**Lecture graphique autour de la fonction carrée**	TP2 : explorer une fonction à l'aide de la calculatrice
	n°3	**Analyser le sens de variations d'une fonction**	
	n°4	**TP en direct de l'académie** : **www.ac-rennes.fr**	
TD	**Fonctions paires ou impaires**		

III-Ce que je dois savoir.

1- Définir une fonction.

1

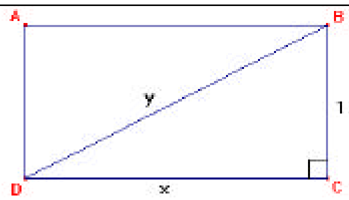
A partir d'une relation de dépendance.

Obtenir une égalité reliant les deux grandeurs x et y, puis isoler y d'un côté du signe « = ».
On obtient ainsi y en fonction de x.

Exemple

Si y est la diagonale d'un rectangle de côtés 1 et x, on a :

$$y = \sqrt{1 + x^2}$$



Démonstration :

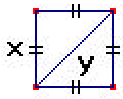
Dans le triangle rectangle DBC, d'après le théorème de Pythagore :

$$\boxed{DB^2 = BC^2 + DC^2}$$

$$y^2 = x^2 + 1 \text{ or } y > 0 \text{ donc } \boxed{y = \sqrt{1 + x^2}}$$

Exercice 1 : Dans chaque cas, exprimer y en fonction de x.

a)	y est l'aire d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit valent 12 et x.	Rappel
	…………………………………………………………………………………… ……………………………………………………………………………	$A = \dfrac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$

b)	y est la diagonale d'un carré de côté x.	Rappel
	……………………………………………………………………………… ………………………………………………………………………………	
c)	y est la durée d'un parcours de longueur (en km) effectué à la vitesse constante v (en km.h^{-1})	Rappel
	……………………………………………………………………………… ………………………………………………………………………………	Vitesse = $\frac{\textit{distance parcourue}}{\textit{temps mis pour la parcouri}}$

2 A partir d'un algorithme de calcul.

Placer x au début de la chaîne, puis écrire les opérations dans l'ordre de l'algorithme, sans oublier les parenthèses.

Exemple

L'algorithme « élever au carré, ajouter 1, prendre l'inverse » définit la fonction f : f(x) = $\frac{1}{x^2 + 1}$	• Début : x • « élever au carré » : x^2 • « ajouter 1 » : $x^2 + 1$ • « prendre l'inverse » : $\frac{1}{x^2 + 1}$

Remarque : Pour éviter les erreurs, il est conseillé de représenter l'algorithme sous forme d'un schéma :

Début	« élever au carré »	Résultat de la 1ère étape	« ajouter 1 »	Résultat de la 2ième étape	« prendre l'inverse »	Expression finale
x	$\xrightarrow{(\ldots)^2}$	x^2	$\xrightarrow{+1}$	$x^2 + 1$	$\xrightarrow{\text{inv}}$	$\frac{1}{x^2 + 1}$

Exercice 2: Chaque algorithme définit une fonction f. Écrire f(x) en fonction de x .

a) « Soustraire 3, élever au carré, ajouter 2 ».

Début	« ……………… »	Résultat de la 1ère étape	« ……………… »	Résultat de la 2ième étape	« ……………… »	Expression finale
x	$\xrightarrow{\ldots\ldots}$	……..	$\xrightarrow{\ldots\ldots}$	……..	$\xrightarrow{\ldots\ldots}$	…….

b) « Ajouter 2, prendre la racine carré, prendre le triple ».

Début	« ……………… »	Résultat de la 1ère étape	« ……………… »	Résultat de la 2ième étape	« ……………… »	Expression finale
x	$\xrightarrow{\ldots\ldots}$	……..	$\xrightarrow{\ldots\ldots}$	……..	$\xrightarrow{\ldots\ldots}$	…….

c) « prendre l'inverse, ajouter 3, élever au carré ».

Début	« ……………… »	Résultat de la 1ère étape	« ……………… »	Résultat de la 2ième étape	« ……………… »	Expression finale
x	$\xrightarrow{\ldots\ldots}$	……..	$\xrightarrow{\ldots\ldots}$	……..	$\xrightarrow{\ldots\ldots}$	…….

2- Image d'un nombre.

1 Fonction définie par une formule explicite.

Pour déterminer l'image d'un nombre, remplacer x par ce nombre et calculer.

Exemple

Avec f(x) = 3x² - 5, l'image de 2 est f(2) = 7	f(2) = 3 × 2² - 5 = 7

Exercice 3: Compléter le tableau de valeurs (ou d'images) pour $f(x) = \sqrt{4x^2 + 1}$

Nombre x	0	3	5	-3	$\sqrt{2}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{12}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{\sqrt{5}}{4}$
Image de x : f(x)	……	……	……	……	……	……	……	……	……	……	……

2 Fonction définie par un tracé graphique.

Partir du nombre x, tracer en pointillés la parallèle à (Oy) jusqu'à rencontrer la courbe (C). De là, tracer la parallèle à (Ox) jusqu'à rencontrer l'axe des ordonnées.

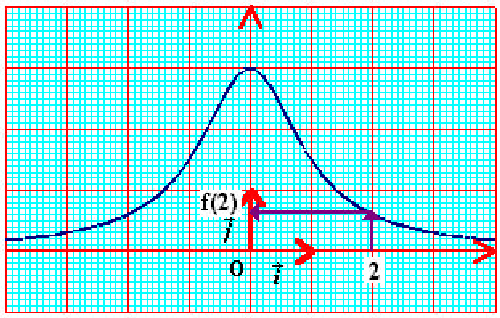
L'ordonnée du point de rencontre est une valeur approchée de f(x).

Exemple

La courbe (C) définit une fonction f.

Que vaut f(2) ?

$f(2) \approx 0,6$



Exercice 4: La courbe (C) définit une fonction f. Compléter :

f(-1,5) = ……………….

f(-1) = ……………….

f(-0,5) = ……………….

f(0) = ……………….

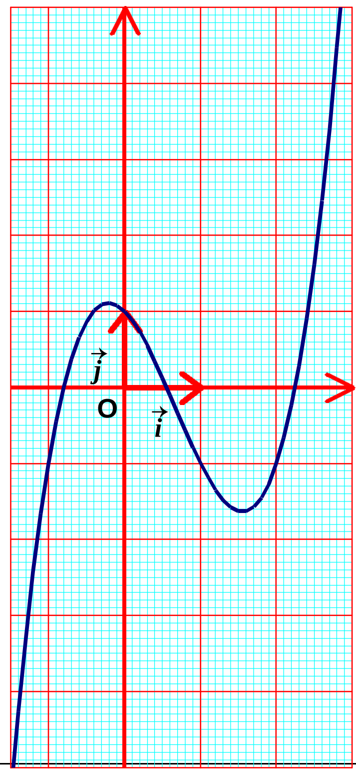
f(0,5) = ……………….

f(1) = ……………….

f(1,5) = ……………….

f(2) = ……………….

f(2,5) = ……………….



3-Courbe représentative.

1 Points de la courbe représentative.

C_f est la courbe représentative d'une fonction f. Pour savoir si M(x ;y) appartient à C_f, calculer f(x) :

- *Si f(x) = y alors M appartient à C_f.*
- *Si $f(x) \neq y$ alors $M \notin C_f$.*

Pour déterminer le point de C_f d'abscisse x, calculer f(x) : Le point A(x ;f(x)) est le point cherché.

Exercice 5: On pose $f(x) = 3x^2 + 2$. Compléter par ∈ (appartient) ou ∉ (n'appartient pas).

A(0 ;2) ……… C_f.　　C(1,5 ;8,75) ……… C_f.　　E($\sqrt{3}$;11) ……… C_f.

B(-1 ;1) ……… C_f.　　D(-1,5 ;8,75) ……… C_f.　　F(1,3 ;7) ……… C_f.

<u>Exercice 6</u>: On pose f(x) = x + $\frac{1}{x}$. Déterminer les coordonnées de C_f d'abscisse x.

a)	x = 0,5	A(…. ; ….)	**c)**	x = 2	C(…. ; ….)	**e)**	x = 0,1	E(…. ; ….)
b)	x = -0,5	B(…. ; ….)	**d)**	x = 3	D(…. ; ….)	**f)**	x = 100	F(…. ; ….)

2 Courbe compatible avec un tableau de valeurs.

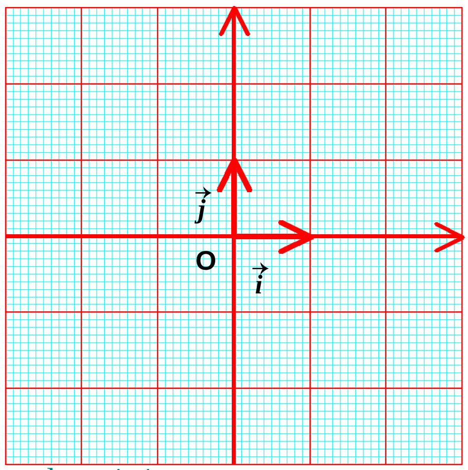
Pour chaque valeur de x, placer les points de coordonnées (x ; f(x)). Relier ensuite chaque points.

<u>Exercice 7</u>: On pose f(x) = $\frac{1}{2}x^2 - 2$

1)Compléter le tableau de valeurs.

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
f(x)	…..	…..	…..	…..	…..	…..	…..	…..	…..	…..	…..	…..	…..

2)Tracer la courbe C_f sur l'intervalle [-3 ;3].



<u>4-Sens de variations.</u>

Lire graphiquement le sens de variations.

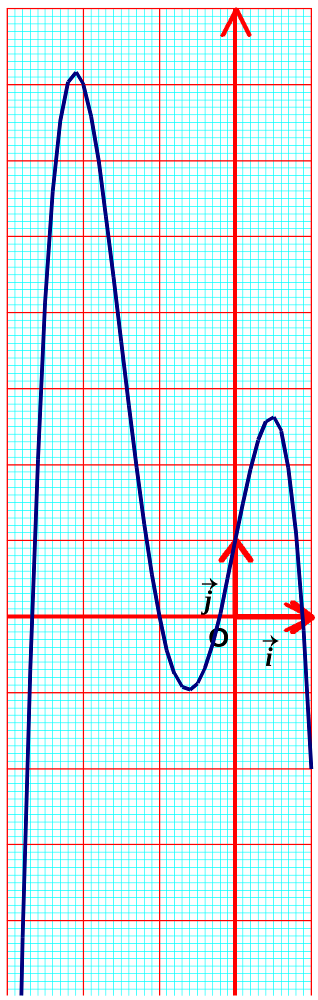
Suivre la courbe dans le sens des x croissants, déterminer entre quelles valeurs de x la courbe monte et entre quelles valeurs de x la courbe descend :

- *Si, pour a ⩽ x ⩽ b, la courbe descend : f est décroissante sur [a ;b]*
- *Si, pour a ⩽ x ⩽ b, la courbe monte : f est croissante dur [a ;b]*

Dresser alors le tableau de variations de f :

- *Dans la ligne des « x », placer les extrémités des intervalles où le sens de variation change.*
- *Dans la ligne des « f(x) », schématiser les variations par des flèches ↗ ou ↘*

<u>Exercice 8</u>: Dresser le tableau de variation de la fonction f dont la courbe représentative est proposée ci-contre.



x	
f(x)	

Lire un maximum ou un minimum.

Restreindre la courbe représentative (ou le tableau de variations) à l'intervalle considéré, et déterminer la plus grande valeur de f(x) sur cet intervalle, si l'on demande le maximum et la plus petite valeur si l'on demande le minimum.

Exercice 9: Pour la fonction f correspondant au tableau de variation ci-dessous, compléter le tableau :

x	-4		-1		1		5
f(x)	8	↘	0	↗	2	↘	-3

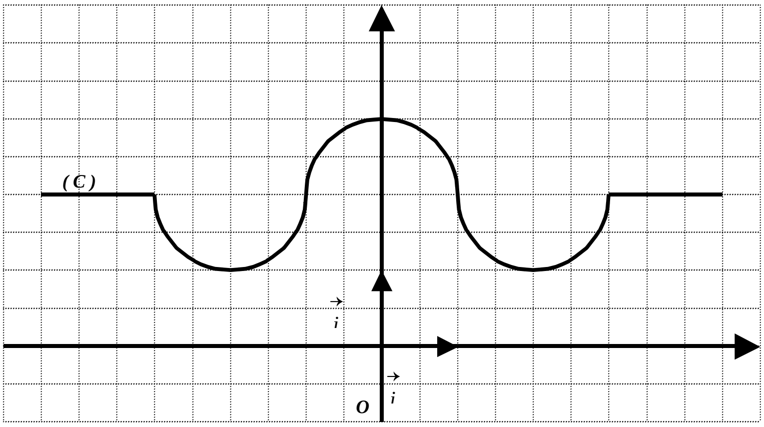
intervalle	maximum de f	atteint pour	minimum de f	atteint pour
[-4 ;5]	**8**	**x = -4**	**…………...**	**x = ……………**
[-4 ;1]	**…………...**	**x = …………...**	**…………...**	**x = …………...**
[-1 ;5]	**…………...**	**x =……………**	**…………...**	**x =……………**
[-4 ;-1]	**…………...**	**x = ……………**	**…………...**	**x = ……………**

IV-Je fais le bilan.

1-	Est-ce que j'ai relu la fiche « référence » ?	OUI	☐	NON	☐
2-	Est-ce que j'ai refait les exercices du cours ?	OUI	☐	NON	☐
3-	Est-ce que j'ai fait des exercices supplémentaires ? (livre, feuille entrainement,…)	OUI	☐	NON	☐
4-	Est-ce que j'ai complété correctement les exemples du III ?	OUI	☐	NON	☐

V-Je me prépare à l'examen.

Exercice I : Notions de base - propriétés générales **(BEP industriels, BORDEAUX , 1995)**



La courbe ***(C)*** représente la fonction ***f*** pour $-4.5 \leqslant x \leqslant 4.5$ dans le repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$).

1. La courbe présente une symétrie par rapport à l'axe des ordonnées, que peut-on dire de la fonction ***f***
   Choisir la réponse parmi les réponses proposées :
   La fonction ***f*** est :
   - Impaire
   - Périodique
   - Paire
   - Linéaire
2. Quel est le maximum de ***f*** ?
3. Quels sont les minimums de ***f*** ?
4. Résoudre graphiquement l'équation ***f(x)*** = 2 pour $0 \leqslant x \leqslant 2.5$
5. Etablir un tableau de variation de la fonction ***f*** pour $-4.5 \leqslant x \leqslant 4.5$
6. Tracer dans le repère ci-dessus la représentation graphique de la fonction ***g*** définie par :

$g(x) = f(x) + 1$ et $0 \leqslant x \leqslant 4$ (**en couleur**)

Extrait de 60sm98 : BEP/CAP Secteur 1 – RENNES 1998 -

1) Soit la fonction f , définie par $f(x) = x^2 - 1$

a- **Compléter le tableau suivant après l'avoir recopié sur votre copie**.

x	-3	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2	3
$f(x)$									

b- **Représenter la fonction *f*, sur l'intervalle [-3 ; 3] dans un repère orthonormal** (unité : 1 cm)

2) Soit la fonction *g*, définie par $g(x) = x + 1$

Dans le repère précédent, **construire la représentation graphique de g, sur l'intervalle [-3 ; 3]** .

3) **Résoudre graphiquement l'équation**

$$x^2 - 1 = x + 1$$

<u>Extrait de 202sm98 :</u> CAP Secteur 5 – RENNES 1998 -

On souhaite que le rectangle ABCD ait une aire constante A = 16.

La largeur x du rectangle peut varier entre 1 et 5.

1) Remplir le tableau ci-dessous :

x	1	2	3	4	5
Longueur y					

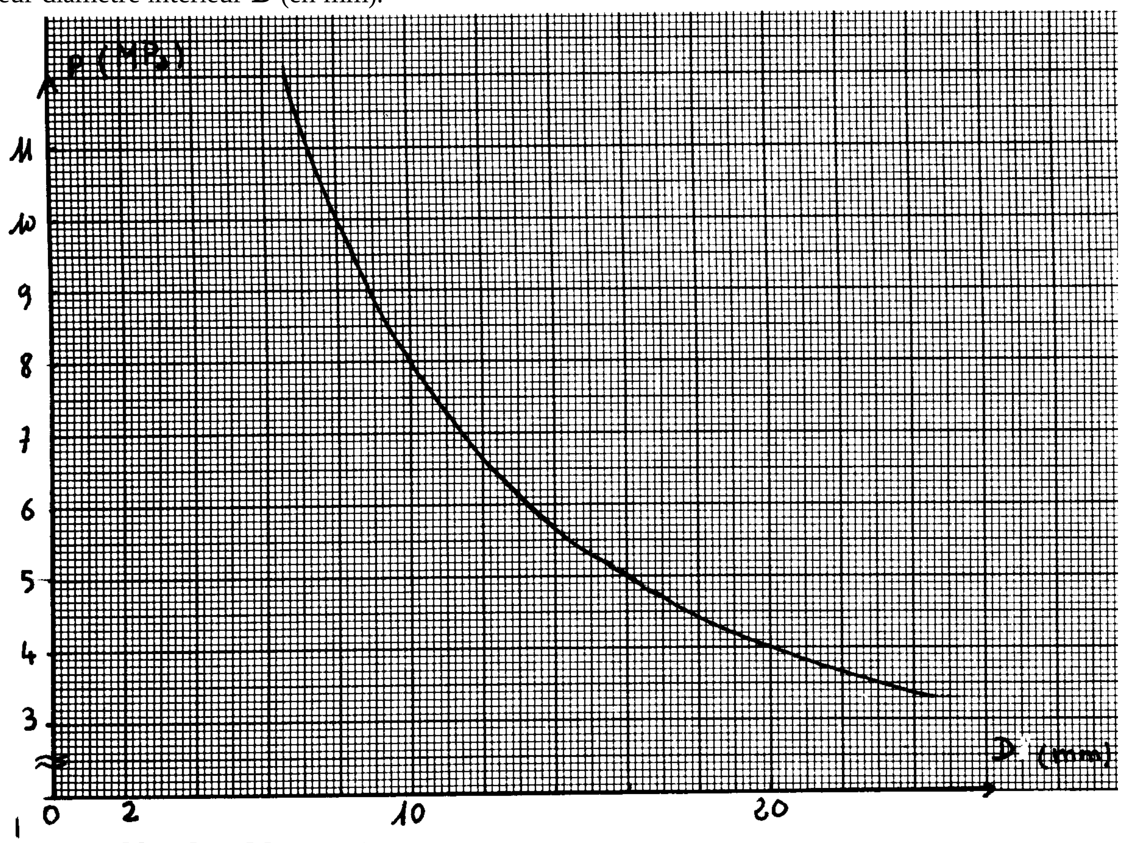
2) Reporter sur un graphique les points correspondants à ce tableau de valeurs.

En reliant ces points, représenter sur [1 ;5] la courbe d'équation $x^2 - 2 = 0$

3) Tracer sur ce même graphique la droite d'équation $y = x$, et donner les coordonnées du point d'intersection I.

<u>Extrait de 57sm98 :</u> BEP/CAP Secteur 2 – RENNES 1998 -

Le graphique ci-dessous donne pour des tubes en cuivre d'épaisseur 1 mm, la pression maximale **p** d'utilisation (en MPa) en fonction de leur diamètre intérieur **D** (en mm).



a) **Recopier et compléter le tableau suivant** : *(on utilisera le graphique ci-dessus)*

D (mm)	8	10	.....	.....
p (MPa)	10	.....	5	4
$p \times D$	.....	.....	.....	.....

b) **Déterminer par un calcul, la pression maximale admise pour un tube de diamètre intérieur 14 mm**.

c) Parmi les 3 types de fonction qui suivent :

$$P = f(D) = a \times D \ ; \ P = f(D) = a \times D^2 \ ; \ P = f(D) = \frac{a}{D} \qquad \text{a étant un nombre réel}$$

Lequel correspond au graphique donné ? Donner la valeur de a.

<u>Extrait :</u> BEP/CAP Secteur 3 – NANCY-METZ 1998 -

On considère les fonctions f et g définies dans l'ensemble des réels :

$f(x) = x + 4$ et $g(x) = x^2 - 2$

1 Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	-3			0		2	3
$f(x)$		-2	3		5		
$g(x)$							

2 Représenter graphiquement les fonctions f et g sur l'intervalle [-3 ; 3] dans le même repère

Unités graphiques : $\begin{cases}\text{en abscisse 2 cm}\\ \text{en ordonnée 1 cm}\end{cases}$

3 Résoudre algébriquement et graphiquement l'équation $x^2 - 2 = 0$

4 Déterminer graphiquement les coordonnées des points d'intersection des 2 courbes.

Extrait : BEP Secteur – BESANCON 1994 -

On donne pour $x \in [-5;5]$, $f(x) = -\frac{1}{4}x^2$ et $g(x) = x - 2$

1-Etudier ces fonctions en donnant au minimum:

- -leur nom,
- -leur forme générale,
- -le tableau de variation,
- -un tableau de valeurs.

2-Tracer les courbes représentant ces deux fonctions dans un même repère orthonormé (1 cm pour unité).

3-Lire sur le graphique les coordonnées d'un éventuel point d'intersection entre les deux courbes.

4-Sur le graphique, placer les points A, B, C de coordonnées respectives:

(2;-1), (-4;-4), 6;-9).

Calculer les longueurs AB, AC, BC.

Déduire de ces résultats une particularité du triangle ABC.

5-Calculer la mesure de l'angle B dans le triangle ABC.

Extrait : BEP Secteur 3 – RENNES 1999 -

Soit la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 3$ sur l'intervalle [-3 ; 3].

1) Indiquer le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [-3 ; 3].

2) Dans un repère orthonormé d'unité graphique 2 cm, représenter la courbe (C) représentative de cette fonction.

3) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 1$; retrouver ce résultat par le calcul.

4) Dans le même repère, tracer la droite (D) d'équation $y = x - 1$ et déterminer graphiquement les coordonnées de ses points d'intersection avec la courbe (C).

Correction

V-Je me prépare à l'examen :