

Problème sur les fonctions numériques

Le logo d'une société est représenté par la figure ci-contre qui n'est pas à l'échelle. Ce logo doit être imprimé sur une feuille de format A₄ (21 cm × 29,7 cm).

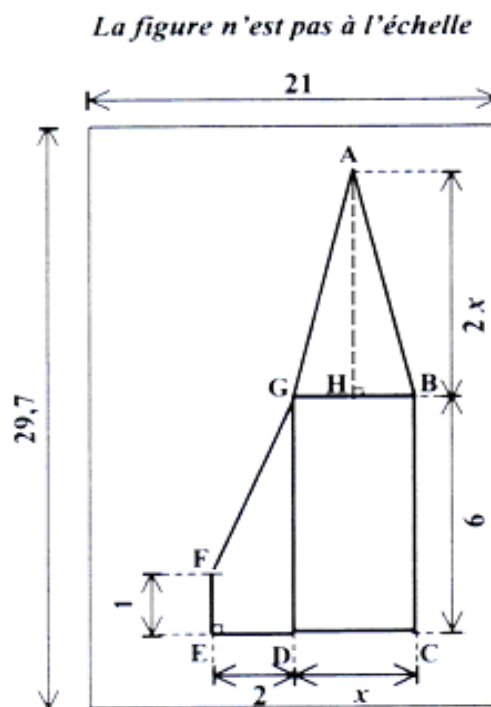
- ABG est un triangle isocèle
- BCDG est un rectangle
- FGDE est un trapèze rectangle.

On donne les cotes suivantes exprimées en centimètre :

$$BG = x ; AH = 2x ; BC = GD = 6 ; EF = 1 ; ED = 2$$

L'objectif du problème est de déterminer la valeur de x pour laquelle le triangle ABG et le polygone BCEFG ont la même aire.

1- Calculer, en cm², l'aire \mathcal{A}_1 du triangle ABG pour $x = 7$.



$$\mathcal{A}_1 = \frac{AH \times GB}{2} \quad \text{soit} \quad \mathcal{A}_1 = \frac{x \times 2x}{2} \quad \text{soit} \quad \boxed{\mathcal{A}_1 = x^2} \quad (0,5 \text{ pt})$$

2- Calculer, en cm², l'aire \mathcal{A}_2 du polygone BCEFG pour $x = 2$ et $x = 7$. Compléter le tableau de l'annexe 1.

$$\boxed{\mathcal{A}_2 = \mathcal{A}_{(EFGD)} + \mathcal{A}_{(GBCD)}} \quad \mathcal{A}_2 = \frac{EF + GD}{2} \times ED + GB \times BC$$

$$\mathcal{A}_2 = \frac{1 + 6}{2} \times 2 + x \times 6$$

$$\boxed{\mathcal{A}_2 = 7 + 6x} \quad (0,75 \text{ pt})$$

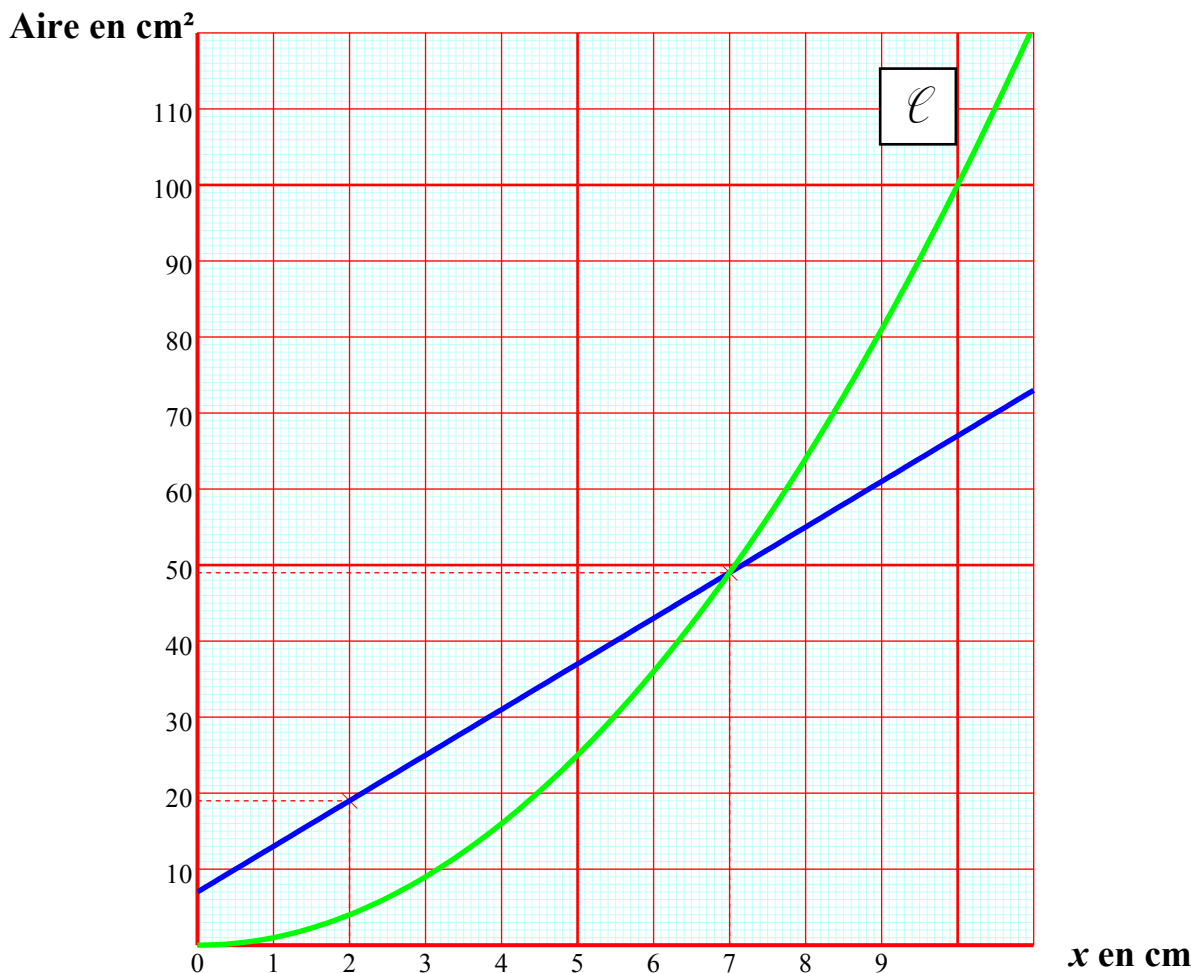
x (en cm)	1	2	4	7	10
\mathcal{A}_2 (en cm ²)	13	19	31	49	67

3- L'aire \mathcal{A}_2 est-elle proportionnelle à la dimension x ? Justifier la réponse. (0,25 pt)

$$\boxed{\mathcal{A}_2 = 7 + 6x}$$

Non, \mathcal{A}_2 n'est pas proportionnelle à x car \mathcal{A}_2 est une fonction affine.

4- Placer, dans le repère de l'annexe 1, les points de coordonnées $(x ; \mathcal{A}_2)$. (0,5 pt)



5- Ces points sont alignés.

a) Tracer la droite \mathcal{D} passant par ces points dans le repère de l'annexe 1. (0,5 pt)

b) Parmi les équations suivantes, **déterminer** celle qui correspond à la droite \mathcal{D} .

- $y = 7x$
- $y = 6x$
- $y = 6x + 7$ (0,5 pt)
- $y = 6x^2$

Justifier le choix à l'aide des questions précédentes et de la représentation graphique de la droite \mathcal{D} .

$y = \mathcal{A}_2$ et $\mathcal{A}_2 = 6x + 7$. la représentation de \mathcal{D} est bien une droite ne passant pas par l'origine du repère. (0,5 pt)

6- La courbe \mathcal{C} de l'annexe 1 est la représentation graphique de l'aire \mathcal{A}_1 du triangle ABG lorsque x varie sur l'intervalle $[0 ; 11]$.

Déterminer graphiquement la valeur x pour laquelle le triangle ABG et le polygone BCEFG ont la même aire. *Laisser les traits de construction apparents.*

Le triangle ABG et le polygone BCEFG ont la même aire pour $x = 7$. (0,5 pt)