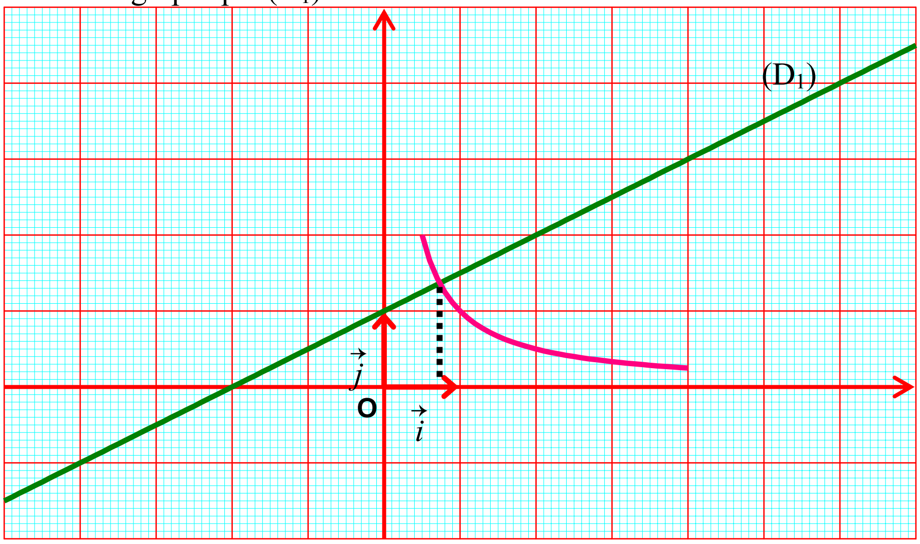
TD La fonction inverse

Exercice I

On donne la représentation graphique (D_1) de la fonction f.



1- Compléter le tableau suivant (*annexe*):

x	0	**1,4**	**2,8**	4,2
f(x)	**1**	1,7	2,4	**3,1**

2- La fonction f est-elle linéaire, affine ou autre? Justifier.

La représentation graphique de la fonction f est une droite qui ne passe pas par l'origine du repère ; f est donc une fonction affine dont l'expression algébrique est de la forme f(x) = ax + b.

3- Donner une équation de la droite (D_1).

L'équation de la droite (D_1) est de la forme y = ax + b avec

- $\boxed{a = \dfrac{y_A - y_B}{x_A - x_B}}$ **avec A et B deux points de la droite (D_1).**

Considérons A(0, 1) et B(2,8 ; 2,4) soit $a = \dfrac{1 - 2,4}{0 - 2,8} = 0,5$

- **A(0, 1) $\in$ (D_1) soit $y_A = 0,5\, x_A + b$ soit $1 = 0,5 \times (0) + b$ d'où b = 1**

On en déduit l'équation de la droite (D_1) : y = 0,5x + 1

4- On considère la fonction h définie par $h(x) = \dfrac{1}{x}$ pour x $\in$ [0,5 ; 4].

a) Compléter le tableau suivant (*annexe*):

x	0,5	1	2	4
h(x)	**2**	**1**	**0,5**	**0,25**

b) Représenter graphiquement la fonction h sur la feuille annexe. Comment appelle-t-on la courbe obtenue ? **La courbe obtenue est une hyperbole.**

c) On admettra que la droite (D_1) a pour équation y = 0,5x + 1. Résoudre graphiquement l'équation :

$$0,5x + 1 = \frac{1}{x}$$

Les solutions de cette équations sont les abscisses des points d'intersection des deux courbes soit 0,7.

ou $\boxed{S = \{ 0,7 \}}$

Exercice II (POITIERS 1995)

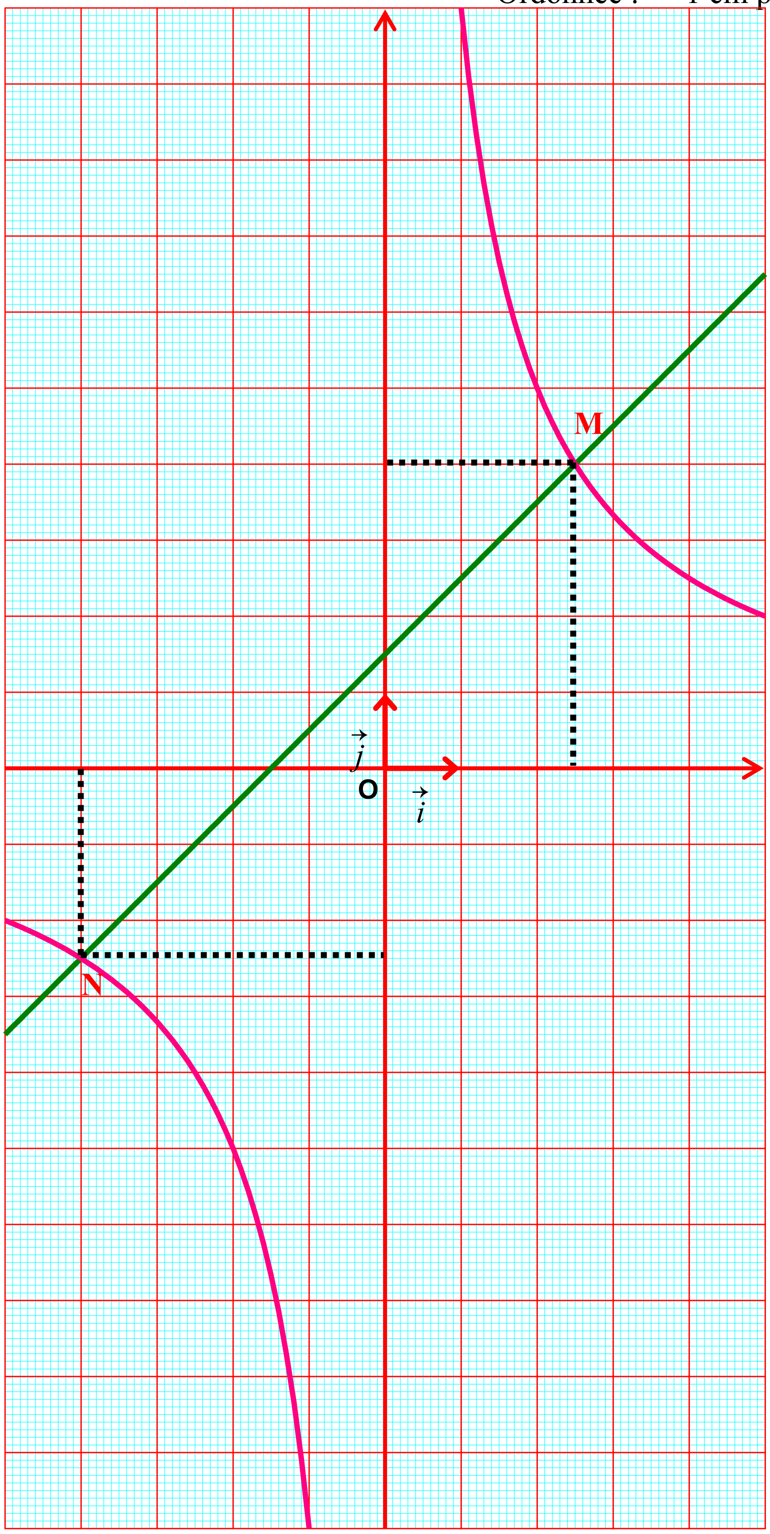
Soient f et g les fonctions définies par f(x) = x + 1,5 et $g(x) = \frac{10}{x}$.

a) Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	-5	-4	**-2**	**-1**	1	2	4	5
g(x)	**-2**	**-2,5**	-5	-10	**10**	**5**	**2,5**	**2**

b) Représenter dans un même repère orthogonal ces deux fonctions pour $-5 \leqslant x \leqslant 5$.

Echelle : Abscisses : 1 cm pour 1 unité
Ordonnée : 1 cm pour 1 unité.



c) Déterminer graphiquement les coordonnées des points d'intersection M et N des deux courbes obtenues.

Les coordonnées des points d'intersection sont N (-4 ; -2,5) et M (2,5 ; 4).

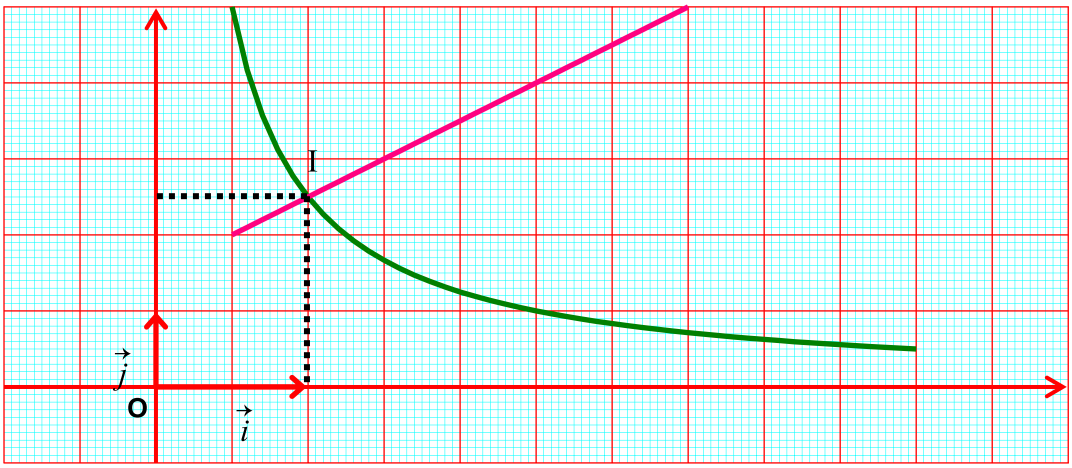
<u>Exercice III</u> (POITIERS 1995)

Deux grandeurs x et y sont inversement proportionnelles si et seulement si xy = k où k est une constante.

1) Compléter le tableau (*<u>annexe</u>*) suivant relatif à de telle grandeur :

x	0,5	1	2	**5**
y	5	**2,5**	**1,25**	0,5

2) Soit la fonction f : x $\longmapsto$ y = $\frac{2,5}{x}$. Représenter cette fonction sur l'intervalle [0,5 ; 5] dans un repère orthonormé (1 unité pour 2 cm).(*<u>annexe</u>*)



3) Comment s'appelle la courbe représentative de cette fonction ? **C'est une branche d'hyperbole.**

4) Déterminer l'équation de la droite (D) sachant que :

- son coefficient directeur est égal à +1
- elle passe par le point A(0 ; 1,5)

L'équation générale de la droite (D) est y = ax + b soit y = x + b

Or A (0 ; 0,5) ∈ (D) donc ses coordonnées vérifient l'équation de (D) : $y_A = x_A + b$

0,5 = 0 + b

soit 1,5 = b

<u>L'équation de la droite (D) est y = x + 1,5.</u>

5) **Tracer** dans le repère précédent la droite (D) sachant qu'elle passe par les points A et B(4 ; 5,5).

6) **Déterminer** graphiquement les coordonnées du point d'intersection I de (D) avec la courbe représentative de f. **Les coordonnées de I sont (1 ; 2,5).**

7) **Montrer que** l'abscisse du point d'intersection I vérifie l'équation 2x² + 3x – 5 = 0.

1) Il faut montrer que l'égalité est vérifiée pour $x = x_I = 1$

2) On ne peut donc pas partir de l'égalité, il faut la démontrer.

$2x_I^2 + 3x_I - 5 = 2 \times (1)^2 + 3 \times (1) - 5 = 0$ donc l'abscisse de I est solution de l'équation $2x^2 + 3x - 5 = 0$.

Exercice IV

1) Soit le fonction affine définie par f(0) = 4 et f(2) = 0.

a- Déterminer l'équation de la courbe représentative de f.

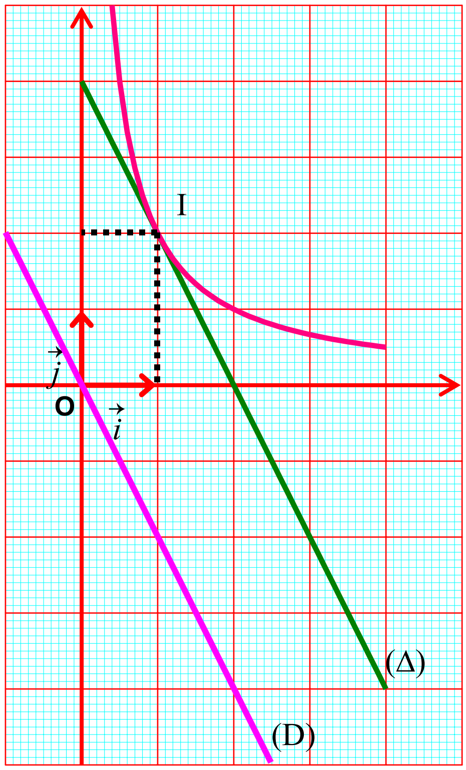
f est une fonction affine : son expression générale est de la forme f(x) = ax + b

avec a = $\frac{f(0)-f(2)}{0-2} = \frac{4-0}{0-2}$ **= -2**

et f(0) = -2 (0) + b soit b = f(0) = 4

L'expression de la fonction affine f est donc : $\boxed{f(x) = -2x + 4}$

b- Tracer cette courbe dans un repère orthonormé d'unité graphique 1 cm pour x ∈ [0 ; 4]. Soit (Δ) cette courbe représentative.



2) Déterminer l'équation de la droite (D) parallèle à (Δ) passant par l'origine des axes.

- **(Δ) passe par l'origine du repère, son équation est donc de la forme : y = ax**
- **(D) // (Δ) donc ces deux droites ont le même coefficient directeur. Le coefficient directeur de (D) est donc –2 d'où l'équation de (Δ) : y = -2x**

3) Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{2}{x}$.

a- Dans le même repère, tracer la courbe (C) représentative de g, sur l'intervalle] 0 ; 4 [.

b- Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection de (Δ) et (C).

Les coordonnées du point d'intersection I de (C) et (Δ) sont (1 ; 2)